

15	豊川	豊川市立中部中学校	カワノ イクヤ 河野 郁弥
分科会番号	4	分科会名	数学教育 (数学)

研究題目

自分の考えをもち 思考し続ける生徒の育成 ～「数学的に自立した姿」を目ざして 中学1年生「方程式」～

1 主題設定の理由

「タイムパフォーマンス」という言葉が流行しているように、近年の生徒たちは、導入で興味をもたせることができれば、その後の授業展開でも興味をもち続け、自ら学びたいという意欲がうかがえるが、いわゆる計算の演習や、思考を要するような複雑な問題を考察するときは、その問題の解答を導出するまでの過程よりも、結果を重視する傾向がある。そこで、授業の初めに提示する「問題」について、身近な題材を選び、結果が生徒の直感とは違ったものになるような課題を設定する。答えを知った生徒たちは、その原因や理由を知りたいと考えるだろう。また、学力差にも対応できるように、難易度が違ったり、課題解決に向けて多くのアプローチができたりする複数の課題を生徒に選ばせることで、生徒の考えようとする力は持続できるのではないかと考える。次に、問題の解決過程を重視する場面では、生徒同士が答えのみを確認し合うのではなく、その過程に至るまでの考え方をホワイトボードを使って、小グループで自由に話し合えるようにする。そこで自分と同じ考えや似た考えにふれることで、自信をもって全体の場でも発表ができるのではないかと考える。これらのことから、「問いを考えている中で、生徒が考えを伝えたいと思うこと」「生徒が説明の中で、級友に意味が分かりやすい数学的な用語を使うことができること」「生徒が考えた問題に独自性があり、生徒の考えとギャップや意外性があること」「生徒が複数の解法を考えつくこと」が見られる姿を「数学的に自立した姿」と定義し、本研究の主題を「自分の考えをもち思考し続ける生徒の育成」とし、めざす生徒像を次のように設定した。

2 研究の構想

(1) めざす生徒像

- 自分で学んだことを数学的な言葉を使って「伝えたい」という意欲をもてる生徒
- 問題を解くだけでなく、別の考えで解いたり、問題を改変したりする生徒

(2) 研究の仮説と手立て

仮説 I 問題との出会いにおいて、課題の内容を工夫することで、生徒は自ら考え、他者に自分の考えを伝えたいと感じるであろう。

- 〈手立て〉 ①導入の場面で提示する課題について、生徒に解決の必要性があると思わせたり、思っているような結果と違って意外性を感じさせたりするようなもので、かつ解法が複数存在するものにする。
- ②生徒が自作した問題を難易度別に設定し、解いてみたい問題を選択し、考えや学力の近い生徒同士で話し合う場を設ける。

仮説Ⅱ 問題の解決場面において、話し合いの形態や方法を工夫することで、生徒はさまざまな考え方にふれ、学ぶ意欲につながるであろう。

〈手立て〉③課題を解決する際に、大きめのホワイトボードを用意し、そこにグループごと集まって、解き方や考え方を書きながら話し合わせる。

④「最も考え方がわかりやすく、早く、正確に解けるもの」を「納得する解き方」と位置づけ、「数学的に納得するプレゼン」を生徒に決めさせ、それを「MNP（数学的に納得するプレゼン）賞」と名付ける。

(3) 抽出生徒について

抽出生徒 A について

Aは、1学期の「文字と式」の問題演習の際に、計算の答えのみを重視し、違うことを伝えると、ノートに計算したすべてを消そうとした。それを止めて、「どこまであっているか確かめてみよう」と提案するも、「もう一度初めからやり直したほうが楽なのでいいです」と返答したことがあった。一方で、「文字と式」の振り返りには、「計算にまだ慣れていないから、もっと練習したい」「他の子の△△という考えを聞いて、その考えに納得した。自分もそういう発表ができるようになりたい」というような振り返りを書くなど、学習に対しての意欲は見せている。

3 単元構想について（19時間完了）

つなげる手立て
 A…自分の考えと仲間の意見を「つなげる」
 B…学んでいることと既習事項や自分の生活、地域を「つなげる」
 C…今の自分と過去や未来を「つなげる」

<p>4 単元計画（19時間完了）</p> <p>御津中の2階から1階にスロープを作るなら、何mになるだろうか ①</p> <p>○スロープを作るための条件と、案例で定められた刈配の条件を示し、何mのスロープができるのか計算する。 ・とても数字を当てはめるのでは答えが見つかりそうにないね。 ・案に計算する方法はないのかな。</p> <p>方程式を解くには、どうすればよいだろうか。</p> <p>どのようにすれば、方程式は解けるだろうか ②③④</p> <p>○等式の性質を使って、方程式を解く方法を考える。 ・等式の性質を使えば、方程式は解けるようになるよ。 ・少し複雑なものも、等式の性質を繰り返し用いれば解くことができるね。</p> <p>もっと簡単に、早く、正確に複雑な方程式を解くには、どうすればよいだろうか。</p> <p>左辺にも右辺にも文字の項と数の項がある方程式は、これまでの方程式とどのように違うだろうか ⑤⑥⑦</p> <p>○左辺にも右辺にも文字の項と数の項が含まれる方程式の解き方を考える。 ・文字と数字をそれぞれ「\square」の左右で集めれば、方程式は解けるよ。 ・土のような操作のことを、「移項」というんだね。</p> <p>分数や小数、かっこをふくむ方程式は、どのように解けばよいだろうか ⑧⑨⑩</p> <p>○分数や小数、かっこをふくむ方程式の解き方を考える。 ・分数や小数は、それらがなくなるように両辺に同じ数字をかければいね。 ・かっこのある方程式は、分配法則を使ってかっこをなくせばいね。</p> <p>さまざまな方程式の解き方はわかった。ほかにも方程式のようなものはあるのかな。</p> <p>文字を含む比例式は、どのようにすれば解けるだろうか ⑪⑫</p> <p>○比例式の解き方を考える。 ・比例式を、等式の性質を使って整理すれば、方程式のようにして解くことができるよ。 ・外側の項と内側の項を掛け算したら等しくなる。この性質を使えば、文字を含む比例式も解けるのではないかな。</p> <p>方程式を学んだから、単元の初めに考えた問題も解けそうだな。</p> <p>スロープの高さは何mにすればよいだろうか ⑬⑭⑮⑯</p> <p>○お金、過不足、速さに関する身近な問題を、方程式に表してみる。 ・求めたいものを文字で置くことがポイントだね。 ・解が求まっても、それが本当に問題に選んでいるか時味が必要だね。 ○比例式を使って求められる問題を考える。 ・比に関する問題は、比例式を使えば解決するね。 ・例えば、コーヒー牛乳を作る時に必要なコーヒーと牛乳の量を求めるときに使えるね。</p> <p>方程式や比例式を使って問題を解決する方法を学んだ。このことを使って、自分でも身近な問題を方程式を使って解きたいな。</p> <p>自分で方程式の問題を作るには、どのように考えるとよいだろうか ⑰ ⑱ ⑲</p> <p>○自分で方程式の問題を作るには、どのようなことに気をつけて、どのように解くとよいか、考える。 ・この方程式は、自分の解き方よりももっと良い方法があるかもしれないな。 ・親友の作った方程式の問題も解いてみたいな。 ・親友の解き方や考え方を聞いて、自分と似た考えがあって、自分の考えに自信をもつことができたぞ。</p> <p>さまざまな問題を、方程式と見ることで簡単に解決することができるようになった。また、親友の考え方から、自分の考えと別の方法もあって、新たな学びになった。</p>	<p>①既存の考え方とこれからの学習内容をつなげ、問いを生むために、遊戯演習の時を想起し、組降式救助舟を用いた問題を考える。 【B】</p> <p>②③④等式の性質を理解するために、方程式の解法を仲間と確認し、その際にどの性質を使ったか確認する。解き方が違っても、その良さを見出せるようにする。 【A】</p> <p>⑤⑥⑦これまでに学んだ方程式と、今考えている方程式を比較し、違いに気づくことで、これまでに学んだ等式の性質のどれが使えのるか考えるようにする。 【C】</p> <p>⑧⑨⑩自分の考えに自信をもち、自分の考えを伝えやすくするために、同じ考えでグループを作り、意見交流をする。 【A】</p> <p>⑪⑫比例式の解き方を考えるために、方程式に実数した式を見せ、どのようにすれば比例式を解くことができるか考える。 【B】</p> <p>⑬⑭⑮⑯方程式や比例式を用いることで身近な問題にも応用できることを実感するために、導入の問題を日常的な問題かつ、解法や考え方が複数考えられるものにする。 【B】</p> <p>解法を似た考え同士でまとめられるよう、ホワイトボードを用意し、似た考え同士でグループを作り、ホワイトボードにまとめるようにする。 【A】</p> <p>⑰⑱方程式や比例式を使った問題を考えるために、①時間日に換ったスロープの問題を思い出し、その解法を考え、いくつかの意見をだすことで、「複数の解法が想定される問題」「考えたい、伝えたいと思う問題」を考えるきっかけとする。 【C】</p>
--	---

4 授業実践と考察

(1) 方程式の問題作りを通して、自ら学び、考える姿を見せた生徒 A

第 16 時では、方程式を使った文章問題作りを行い、第 17 時に問題を解き合う活動を行った。問題作りの段階では、「みんなが解きたいと思う問題を作ろう」「『どうのことだろう。考えてみたいな。』と思う問題がいいよ」とだけ伝え、問題設定や作り方等には言及しなかった。それにより、自由度の高い問題作成が可能であり、生徒が「こういう問題なら解きたくなるのではないかと考えるきっかけにもなる。また、教師が与えた問題と違って、生徒が自由な発想で作った問題の方が、「同級生が作った問題だから解いてみたい」と思うのではないかと考えた。そして、生徒が作った問題の中から解きたいと思うものを生徒が 6 つ選んで、それを集計した。その結果からベスト 6 を選定し、生徒に提示した(資料 1)。選ばれた 6 題を、難易度の易しい順に並べたものである。生徒に難易度の話はしていないが、「後半になるほど難しそう」という声が多く上がった。

- ① こ 100 円のトマトと、1 個 60 円の玉ねぎを合わせて 10 個買いました。トマトと玉ねぎを合わせて 10 個買ったときの合計は 840 円でした。トマトと玉ねぎをそれぞれ何個買ったでしょうか。
- ② 大谷翔平はホームランを 44 本打っています。S さんはホームランを 34 本打っています。大谷選手は調子を落とし、1 週間に 1 本しかホームランを打てなくなりました。絶好調の S さんは、1 週間に 3 本打っています。S さんが大谷選手においつくまでに何週間かかるでしょうか。
- ③ 中村さんは、2000m 離れた中学校に自転車で向かいます。7 時 30 分に家を出て、分速 100m で走っている。10 分後、山口さんが家を出発してから分速 150m で走っている。中村さんに、山口さんは何分後に追いつかれるでしょうか。
- ④ 弟は駅に向かって家を出発し、分速 40m の速さで進んだ。兄は、弟より遅れて家を出発し、同じ道を追いかけた。
(1) 6 分後に兄が弟を追いかけ始めた。兄が進む速さを分速 80m とすると、兄は家を出発してから何分後に弟に追いつくでしょうか。
(2) 兄が出発する前にとあることに気づきました。「やべえ、自分も用事あるんだ。3 分で追いつけば何とかかな。」と言っています。さて、3 分で追いつくには、兄が進む速さを分速何 m 以上にすればよいでしょうか。
- ⑤ あるコーヒョショップのコーヒー 1 杯の価格は、消費税抜きで 200 円であり、持ち帰り用には 8% の消費税が、店内で飲む場合には 10% の消費税が価格に加算されることになっている。ある 1 日において、コーヒーが 300 杯売れ、その売り上げ金額の合計は消費税を含めて 65180 円であった。この日、持ち帰りとして販売されたコーヒーは何杯であったか、求めなさい。
- ⑥ あるスーパーマーケットでは、からあげを 1 個 200 円で販売した。用意した個数の半分が売れたところで、残りのからあげを 2 割引きで販売したところ、10 個が残った。この 10 個を、最初の値段の半額で販売したら、すべて売り切れ、売上額は 13800 円であった。このとき、最初に用意したからあげは何個か求めなさい。

【資料 1 生徒の考えた問題ベスト 6】

最後にこの問題を解いてくるように伝えて授業を終えた。生徒 A が考えた問題も含まれていて、「俺の問題が入ってる。」と喜んでいて。生徒 A は友人に「③番の俺の問題解けた？」と授業後に聞いている様子が見られた。

第 17 時は、前時に解いてきた問題をもとに、「考えてみたい問題や解いて、みんなに説明したい問題を 2 つ選んで、説明の方法や、分からないところはどこまで分かっているか、書いてみよう。」と伝えた。その後、新たなグループ活動の形をこの授業では取り入れた。まず、生徒が選んだ問題 2 つのうち、片方を選び、問題の書かれたホワイトボードのところへ集まるよう伝えた。次に、集まったメンバーで、ホワイトボードを自由に使い、解き方や問題について話し合わせた。与えたホワイトボードについては考えを説明するときに自由に使ってよいことを伝え、グループ活動に入った。解き方について話し合った後は、問題をアレンジする時間とした。考えを書きながら思考を整理できると考えたため、大きいホワイトボードを用意した。今回の 6 題では、①と②に生徒が集中することも予想されたため、①と②を解くという組み合わせはやめるよう伝えた。

生徒 A は⑥の問題を選択した。生徒 A は最初、⑥の問題に対して、「最初に用意したからあげの個

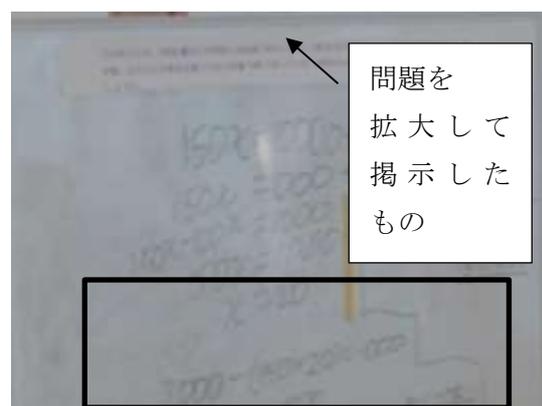
数を x 個とおく。式が分からない…」と書いてあった。生徒 A はグループの中で、集まった他の生徒の考えを聞き、「そういうことね。分かった。」と納得をしていた。その後、「じゃあ、2 割引きじゃなくて、3 割引きだったらここが 0.7 になるってこと？これなら問題は解けるのかな？」と自ら問題をアレンジし、その問題を解こうとする様子が見られた。このことから、生徒 A は難易度別の課題を提示した際に、難しい問題に挑戦し、自らの学びを高めたいという思いをもっていたことがわかる。また、ホワイトボードを用意したことで、自由に自分の考えを記述することができ、理解度が可視化できたといえる。同じ問題を解きたいと考えた生徒たちが集まったことで、話し合いが進み、議論も活発になったのではないかと考える。

(2) 生徒 A が作成した問題の広がり

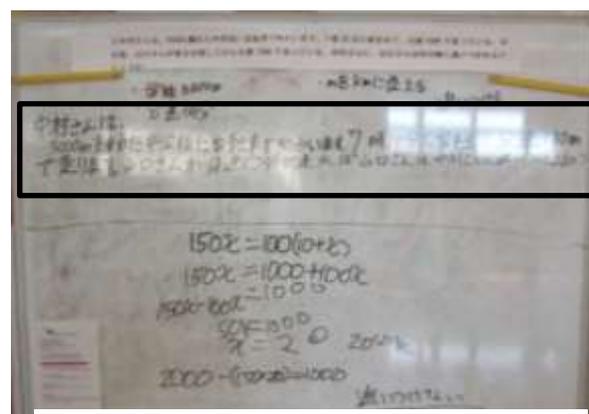
第 17 時の問題の解き方を説明し、問題をアレンジする授業において、生徒 A の集まったグループは、問題も難しかったため、数字の一部を変えるというアレンジで終わってしまったが、ほかのグループでは、条件を変えたり、問題文に批判をしたりして、よりよい問題に作り変える場面が見られた。

例えば、生徒 A の作成した問題に集まった生徒たちは、問題の答えについて話し合った後、解き方を確認していた。その後、別の解き方をした生徒が自分から「俺はこんな風に考えたんだけど…」とホワイトボードに式を書き始める様子が見られた。「 $\{2000 - (100 \times 10)\} \div 150 = 6.6 \dots$ 」(資料 3)。式をただだけでは、グループの誰も理解ができず、その生徒が説明を始めた。そして説明のおかしい点を他の生徒が指摘し、式を書いた生徒も考え直し、自分の間違いを正している姿が見られた。これは、ホワイトボードを説明に自由に使えるからできたことであると考えられる。その後、このグループは「中村さんに山口さんが追いつけるようにするには、どのように問題を作り変えればよいか」という視点で問題を作り変えていた。このグループは、最後に「山口さんが分速何 m で走れば、中村さんに追いつけるか」と問題を作り変えていた(資料 4)。

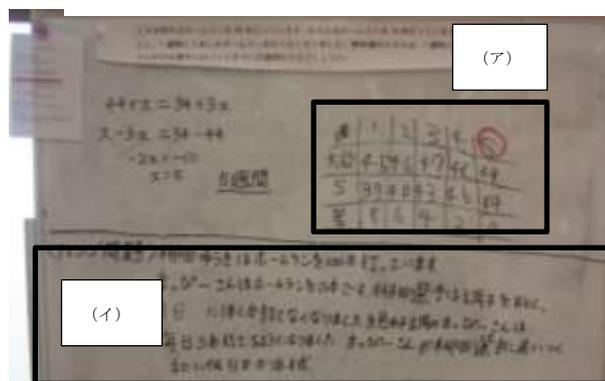
また、2 の問題を解いたグループは、方程式で解いた生徒が説明をした後、別の生徒が「もっと簡単な方法があるよ。」と言い、資料 5 (ア) のような表を書き始めた。「方程式よりも楽じゃない？」といい、集まったグループで議論をしていた。このグループは、「表だと面倒くさいような数字の問題を作ってみよう。」「方程式のほうが楽な問題にしよう。」と集まった生徒たちで話し合い、問題を作り変えていた。「数字が大きくても、方程式なら解けさえすれば答えがわかるからいいよね。」「表だとなかなか答えが出ないと嫌になる。」と言い合いながら解いている様子が見られた。その結果、資料 5 (イ) のような問題を作成していた。さらに、授業後には、生徒 A の作成した問題について、生徒 A と級友の生徒 B が、資料 6 のような会話をし



【資料 3 A の作成した問題のホワイトボード】



【資料 4 3 のグループのホワイトボード表】



【資料 5 2 のグループのホワイトボード表】

ている姿が見られた。問題に関心があり、解きたい、さらに良い問題を作りたいと思ったからこそ出てきた会話ではないかと考えられる。

このような姿から、問題を自分で考え、作成することで、生徒は「解きたい」と感じ、自ら考えだし、学ぶ意欲につながったといえる。また、難易度を工夫し、解きたい問題や解き方を知りたい問題を選ぶこと

で、考えや学力の近い生徒同士が話し合っ解決しようとする姿が見られた。それによって、「数学的に自立した姿」が見られ、解いた難易度の違う生徒の解き方や考え方も知りたいと思う姿も見られた。

また、この授業の後日、各グループに置いておいた IC レコーダーを聞いたところ、グループ内で、教師の介入がなくても、生徒同士で解決に向けて話し合いを重ね、議論を深めている姿が見られた。また、生徒自身で問題を作り変えたり、議論が数学的に正しいか考えたりし、学びたいという意欲につながる姿が多く見られた。例えば、**4**の問題のグループで、次のような話し合いがあった。

A:「**6**は解けたね。俺の問題どうなっただろう」

B:「てか、Aの問題、日本語変じゃね。俺とAが同居していることになってるし。」

A:「本当だ。ははは。でも、同じ家じゃないと問題できない？」

B:「そんなことないって。家が何 m 離れているか指定すればいいじゃん。」

A:「なるほどね。」

【資料6 生徒Aと生徒Bの会話】

「(2)さあ、分速 40m で 6 分間進んでいるから、240m を 3 分で進めばいいんだよね。

なら、 $240 \div 3 = 80$ じゃない？」

「そっか。」「そうだね。」(ホワイトボードを写し始める)

「でも、240m って、兄が発発するまでの時間だよな？ 兄が発発したらもっと弟は進むのにいいの？」

「確かに。でもどうすればいいんだ？」

「弟は分速 40m で、9 分でどれだけ進むか考えればいいんじゃない？」

「360m か。それを 3 でわればいいから、120m じゃない？」

このグループは、教師の介入がなくても、自分たちで誤った答えを修正し、正解にたどり着くことができていた。また、**5**の問題のグループでは、次のような話し合いがあった。

(問題を解き終わった後)「問題作り変えてみない？ 例えば売り上げたコーヒーの数変えてみるか？」「だね。例えば割引でも面白いかもしれんね。」

「でもそれだと**6**と被るから、売り上げたコーヒーの数と合計を変えてみない？」

「そうするか。いくらにしようか。」「計算してみるか。」「それぞれのコーヒーの売り上げた杯数を決めてから逆算するといいいんじゃないかな。」

これらの姿から、教師が介入しなくても、問題を解くだけでなく、問題を作り変えたり、間違いに気づき修正したりする姿が見られた。これは、同じ問題を解きたいと集まった生徒たちをグループにしたことで、自分の考えを説明したり、他者の考えを聞こうとしたり、間違いに気づき修正したりすることができたからだといえる。また、ホワイトボードに考えを自由に書くことによって、思考を止めずに考え続けることができ、考えを整理することができたからであるといえる。「生徒が考えた問題に独自性があり、問題に複数の解法があり、生徒が考えつくこと」があったからこそ、自ら考え、他者に自分の考えを伝えたいと感じる場面が多く見られたといえる。

また、問題の解法を考えると、日ごろの「MNP 賞の選出」等により、生徒が解き方を説明する際に「こっちのほうが簡単」「こっちの方が自分に合っている」「より正確に解ける解き方はどれか」というような自分なりの視点をもって説明できるようになったことがわかる。また、これにより、生徒が「自分なりの解くときの視点」をもてたといえる。

5 研究の成果と課題

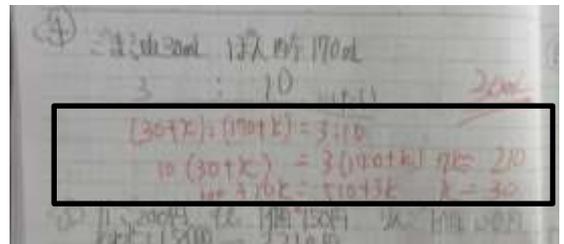
(1) 研究の成果

研究主題「自分の考えをもち思考し続ける生徒の育成」を掲げ、以下に挙げる手立ての有用性の成果を明らかにすることができた。

問題との出会い（導入）において、課題の内容を身近なものや、結果が意外になるものなど、生徒が考えたいと思うように工夫することで、生徒は自ら考え、学びたいと感じ、学習する様子が多く見られた。特に、生徒が問題を考え、その中から解きたいと思うものを選び、解き合う場面では、生徒は「解き方を知りたい」「考えを共有したい」という気持ちで集まっていることもあり、個人で考えた解法に対して「こうじゃないか」「なんでここはこうなるの」というやり取りが多く生まれていた。難易度別にしたこともあり、自分の学力に応じた問題を選び、生徒が自ら学びに向かって学習している姿を見ることができた。また、問題の条件を変えたり、数字を変えたりして新たな問題を作っている姿もあった。これらのことから、問題を工夫し、難易度の工夫や、課題の解決方法の工夫をすることによって、生徒は「数学的に自立した姿」に近づいていたといえる。

また、ホワイトボードを使って自由に書きながら話をするすることで、生徒の思考の流れや考えを整理しながら生徒自身が伝えることができていた。その問題について、解き方や考え方を「伝えたい」「知りたい」という思いをもって集まっていることもあり、伝えるための道具としてホワイトボードは有効な役割を果たしていたといえる。問題を改変する際にも、ホワイトボードを使って途中の考えや式を、もとの問題と見比べたり、計算しなおしたりしている場面も多くあった。生徒が「新しく問題を作ってみたい」「この数字にしたらどうなるのだろう」と思ったときに素早く書くことができるツールとしても、有用性があったといえる。

単元の終末に行った単元末の問題において、生徒 A はノートに考え方を書き、間違えた部分を赤で直すことに加え、理由や正しい解答に至るまでのプロセスを記入するようになった。これは、1 学期には見られなかった変容であり、研究の成果であるといえる（資料 7）。



【資料 7 A の単元末問題のノート】

(2) 今後の課題

本研究で、めざす生徒像に向けて取り組んだ際、次のような課題が明らかになった。

単元を貫く問いを設定できなかったために、方程式の解法を学ぶ際に、その必要性を生徒が感じられなかったことがあげられる。生徒が「方程式を解けるようになりたい」と思えるような題材や導入を工夫していきたい。

次に、方程式の問題を作り、解き合う場面において、会場を広い場所にしたがゆえに、グループごとの考えを教師が把握するのに時間がかかってしまった。ただ、狭い場所ではグループ間の間隔が十分に取れず、他のグループのことが気になってしまったり、話の内容に集中できなくなってしまうことが想定される。場所や条件などを再考して、より考えの深まる活動にしたい。

6 おわりに

本研究で明らかになった成果と課題を今後の自分自身の財産としたい。そして、生徒が「解いてみたい、やってみよう」と思う気持ちを持ち、仲間と協力して解き合う姿がもてるようにしたい。そして、教師の補助がなくても自分たちで考えを練り合い、自信をもって発表する姿が見られるよう、日々精進していきたい。