

研究テーマ

数学的な見方・考え方を働かせながら 学びを深め合う生徒の育成 ～ 深い学びを位置づけた 2年「図形の性質と証明」の指導を通して ～

1 研究概要

(1) 主題設定の理由

主体的・対話的で深い学びとはどのような学びなのだろうか。「主体的」と「対話的」については、多くの授業実践がなされているものの、「深い学び」については、先行研究も比較的少なく、その具体をとらえられないまま指導や評価をしているのが現状である。

そこで、深い学びとはどのような学びなのかを明らかにし、また、そのような学びを実現させるために必要な指導のあり方に焦点をおいて研究することが必要であると考えた。また、全国学力学習状況調査では、「図形の性質と証明」の単元において過去13年間以上にわたり、「数学的な見方・考え方を働かせること」についての課題が報告されている。したがって、この点においては重点的に追究していきたい。

このようなことから、中学2年生の生徒を対象として「図形の性質と証明」の指導を進める中で、いかにして「深い学び」を実現していくのかを追究することにした。

(2) 目指す生徒像

数学的な見方・考え方を働かせながら 学びを深める生徒

目指す生徒像にある「数学的な見方・考え方」「深い学び」の意味および、統合的、発展的に考えることについて、学習指導要領数学編（2017）には次のように書かれている【資料1】。

①数学的な見方・考え方

事象を数量や図形及びそれらの関係などに着目して捉え（見方）、論理的、統合的、発展的に考えること（考え方）

②深い学び

数学に関わる事象や、日常生活や社会にかかわる事象について、「数学的な見方・考え方」を働かせ、数学的活動を通して、新しい概念を形成したり、よりよい方法を見出したりするなど、新たな知識・技能を身につけてそれらを統合し、思考、態度が変容する「深い学び」

③統合的に考える

既習のものと新しく生み出したものとを包括的に扱えるように意味を規定したり、処理の仕方をまとめたりすること

④発展的に考える

数学を既成のものとみなしたり、固定的で確定的なものとみなしたりせず、新たな概念、原理・法則などを創造しようとする

【資料1 学習指導要領数学編より抜粋】

(3) 研究の仮説

仮説Ⅰ 数学的な見方・考え方や深い学びを位置づけた授業を構想し、教材や発問、問題の提示の仕方を工夫すれば、生徒は数学的な見方・考え方を働かせながら学びを深めることができるであろう

仮説Ⅱ 学習形態は、チーム隊形を基本とし、常にチームで話し合うことのできる場を設定しておけば、生徒は数学的な見方・考え方を働かせながら学びを深め合うことができるであろう

仮説Ⅰの手立て 手立て① 数学的な見方・考え方を位置づけた単元を構想する

生徒が本時で働かせる「数学的な見方・考え方」は何かを具体的な姿で想定し、単元計画の表にまとめる。

手立て② 教材や教具、問題の提示の仕方を工夫する

本単元では、国立教育政策所が提言している授業アイデアを参考に、一人一台の iPad を活用し、作図ツール Geogebra で開発した教材を用いて授業を行う【教材・問題の提示の仕方の工夫】。この教材を用いることで、生徒は図形を動的に捉えることができ、学習に興味関心をもつとともに、自然と数学的な見方・考え方を働かせながら、主体的・対話的に学習に取り組むことができるであろう。また図形の性質を考察する場面では、筋道立てて考え証明することに加え、条件を保ったまま図形の形を変えても成り立つ事柄を見出すことが大切である。そこで第8・9時では、長方形と正三角形において、条件を保ったまま図形の形を変えても成り立つ事柄を見出し、長方形で成り立った事柄が、平行四辺形や台形でも同様に成り立つのかどうかを考える場面を設定する。【教材の工夫】また第10・11時では、正三角形において条件を保ったまま図形の形を変えても成り立つ事柄を見出し、正三角形でも成り立つ事柄が正方形でも同様に成り立つのかどうか考える場を設定する【教材の工夫】。

各授業においては、生徒の発言を把握しながら、目指す生徒像へと迫ることができるよう発問を工夫する。例えば「比べて気付いたことはあるか」「調べたことからどのようなことがいえるか」《統合的な考え方》、「どんなことが成り立つと予想できるか」《帰納的な考え方》、「予想しか事柄がいつでも成り立つ理由は何か」

《演繹的な考え方》、「さらにどんなことを調べてみたいか」「条件を一部変えたとしたらどのような変え方があるか」《発展的な考え方》、「別の（より相手に伝わりやすい）説明の仕方はないのかな」《よりよい考え方》などである。【発問の工夫】詳細については、本論で論述する。

仮説Ⅱの手立て 手立て③ チーム隊形を基本とし、常にチームで話し合える場を設定しておく

対話的に学びを深め合うことができるように、学習形態は、チーム隊形を基本とする。チームの編成は、テストの結果や、日頃の授業の様子から、チーム間に学力の差がつきすぎないように編成する。また、WEBQUの結果や交友関係等も参考にしながら、生徒の心理的安全性を考慮してチームを編成する。

チーム学習では、個人追究、チーム学習、全体共有のような手順をふむのではなく、「誰ひとり置き去りにしない」という学級目標をベースに、問題が与えられた直後からチームでの話し合いを進められるようにする。

(4) 仮説検証の方法

授業記録や子どものノート、抽出生徒の変容から、手立ての有効性を検証する。単元前後に同一のアンケートを取り抽出生徒の変容を見る。単元に入る前の抽出生徒の実態を【資料2】に示す。

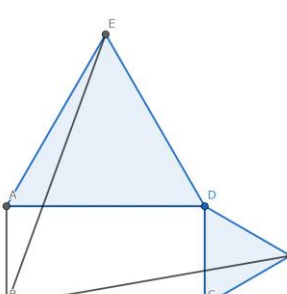
【資料2】抽出生徒Aの実態と教師の願い

誰に対しても優しく、比較的小となしい性格である。数学に対しての苦手意識はないが発言はあまり多くはない。アンケートでは、「図形の学習は少し好き」、と答えた。また、数学の学習で困っていることとして、「自分の考えと、友達の考えとは、似ていても微妙に違っていることがあるので、近くの人と話し合う時間があるといい」と答えた。生徒Aが、単元を通して、数学的な見方・考え方を働かせながら、級友と学びを深め合い、自信をもって発言するようになってほしい。

2 授業実践と考察 ～2年「図形の性質と証明」～


(1) 第8時 観察や操作によって図形の性質を見出す①

問題①
 長方形ABCDの外側に辺AD, DCを1辺とする正三角形ADE, DCFがある



点Dを動かしてみよう
 どんなことに気づくかな？

ヒント1
 ヒント2
 ヒント3
 ヒント4



【資料3】
 教材・問題提示の工夫（手立て②）

第8時では作図ツール Geogebra で開発した教材を提示した（【資料3】手立て②）。そして、【資料4】のT3「動かしてみてもどんなことに気づきますか。」と発問し（手立て②）、チームで話し合う場を設定した（手立て③）。本時の授業は、図形を動的に捉えて操作する中で、成り立つ性質を予想し（帰納的な考え方）その性質がいつでも成り立つ理由を考え（演繹的な考え方）条件を一部変えながら考察し（発展的な考え方）振り返って図形の性質をまとめる（統合的な考え方）ことを意図して構想した（手立て①）。

C5「 $\angle EAB$ と $\angle BCF$ は常に等しいと思う」C9「 $\triangle ABE$ と $\triangle CFB$ が合同になる」C10「CF と AB が等しくなっている」C12「EB と BF も常に等しくなっている」からは、図形を動的に捉え、帰納的に図形の性質を見出そうとしていることが分かる。また、C8「 $\triangle AED$ が正三角形だから、AE と AD の辺の長さが等しい。四角形 ABCD は長方形だから、AD と BC は等しい」からは、図形の性質を演繹的に説明しようとしていることが分かる。

ここで、本時の問題を焦点化するために、C12の発言を受け、T15「この EB と BF が常に等しくなることを証明してみましょう」と発問した。C19「同じように考えて」からは、類推的に証明しようとしていることが分かる（生徒AもC19と同じような考えで問題を解いていた）。

さらに、図形の共通点に着目し、新たな性質を見出すことができるように、T23「点Dを動かして行って、常

【資料4】第8時 授業記録①

〈前略 問題の提示〉

- C1 : (なんか動いた。)
 C2 : (ヒントがある。)
 T3 : 点Dは動かせるようになってきているから、動かしてみてもどんなことに気づきますか。
 〈中略 個人追究 チーム学習〉
 T4 : 点Pを動かしてみても気付いたことはありますか。
 C5 : $\angle EAB$ と $\angle BCF$ は常に等しいと思う。 T6 : どう？
 C7 : (いいと思います。)
 C8 : $\triangle AED$ が正三角形だから、AE と AD の辺の長さが等しい。四角形 ABCD は長方形だから、AD と BC は等しいので AE と BC が等しくなる。
 C9 : $\triangle ABE$ と $\triangle CFB$ が合同になる。
 C10 : CF と AB が等しくなっている。
 T11 : みんなが言ってくれたように、何か法則がありそうだよね。
 C12 : EB と BF も常に等しくなっていると思う。 T13 : みんなはどう思うかな。
 C14 : (確かに等しくなっている。)
 T15 : では、この EB と BF が常に等しくなることを証明してみましょう。
 〈中略 チームでの話し合い〉
 T16 : チームで困ったときってどうする？
 C17 : (他のチームに行く。)
 T18 : だよ。それでいいからね。
 C19 : $\triangle EAB$ と $\triangle BCF$ が合同。まず、 $\triangle AED$ は正三角形だから $\angle EAD$ は 60° になって、 $\triangle DFC$ も正三角形だから、 $\angle DCF$ も 60° になって、四角形 ABCD は長方形なので、1つの内角が 90° になって、 $\angle EAB = \angle BCF$ になる。あとは、 $\triangle AED$ は正三角形だから $EA = AD$ で四角形 ABCD は長方形だから、 $AD = BC$ 。だから $EA = BC$ 。同じように考えて、 $CF = AB$ 。これで、2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいので、 $\triangle EAB \cong \triangle BCF$ になる。

に変わらないものはないかな？」と発問した（手立て②）。C24「全部変わっていない」からは、図形の共通点に気付いていることが推察される。 $\angle EBF$ の大きさが一定であることについては、生徒は気付くことができなかったため、教師からその視点を与えた。

このように、作図ツールGeogebraで開発した教材を提示し（手立て②）、意図的に発問しながら（手立て②）チーム学習の場を設定したことで（手立て③）生徒は数学的な見方・考え方を働かせながら学びを深めることができたと考えられる。しかしながら、 $\angle EBF$ が常に一定であるということには、生徒自らが気付くことができなかった。これは、これまでの学習において図形を動的に捉える機会が少なく、そのような視点で図形を考察するという意識の低さを表しているものと考えられる。

（2）第9時 観察や操作によって図形の性質を見出す②

第9時では第8時に続き $\angle EBF$ が常に一定であることについて証明する場を設定した。

【資料6】のC29「 $\angle EBF$ が常に等しくなるといって予想しました。」からは、帰納的な考え方を働かせて予想していることが分かる。なお前時から時間が経っていたため、チーム内で前時の証明について振り返る場を設定した（T30）。

C32「測って見たんだけど、常に 60° になってそうだから、帰納的な考え方を働かせていることが分かる。ここで、演繹的な考え方を働かせるために、T33「いつでも 60° になると言い切るために（手立て②）、チームで協力して（手立て③）証明もしくは説明してみよう」と発問した。

C34「前に出てもいいですか。」「二等辺三角形ということですね。」からは、生徒が他者意識をもち、相手に伝わりやすい方法で対話的に問題を解決しようとしていることが推察できる。C36は、EFに補助線を引き、 $\triangle DFE$ も $\triangle ABE$ や $\triangle CFE$ と合同になり $\triangle EBF$ が正三角形になることを説明することで、 $\angle EBF$ が 60° となることを証明できた。

ここで、多様な考え方（よりよい考え方）に気付くことができるよう、T38「別の方法でやった人いる？」と発問した（手立て③）。

【資料7】からは、生徒AがC39と同様の方法で問題を解決していたことが分かる。生徒Aは、全体場で発言することができなかったが、チームの中では積極的に級友と話し合うことができていた。

ここで、さらに発展的な考え方を働かせて学びを深めることができるように、T40「さらに調べてみたいことはありますか」と発問した（手立て③）。C41からは、生徒が自ら発展的な考え方を働かせることに困難さを感じていることが推察される。このような発展的に考察することについては、全国学力学習状況調査においても課題があると指摘されていることである。そこで、生徒が発展的に考察できるように、T42「例えば長方形という条件を変えたらどうだろう」というように提示した（手立て③）。

C43「正方形でも成り立つと思う」C45「ひし形や平行四辺形でも成り立つと思う」からは、発展的な考え方を働かせていることが分

【資料5】第8時 授業記録②

（【資料4】の続き）

- T20:今何を説明したかったんだっけ？
…助けてもらう？ C21:うん。
- C22:合同な図形では、対応する辺の長さは等しいので、 $EB=BF$ になります。
- T23:説明って難しいよね。みんな気付いたかな？点Dを動かして行って、常に変わらないものはないかな？
- C24:全部変わってない。
- T25: $\angle EBF$ の大きさも変わってないよね。 C26:本当だ。
- C27:どのように証明すればいいのかな。
（後略 振り返りの記述）

【資料6】第9時 授業記録①

- T28:前回ってどんなことを考えてたんだっけ？
- C29: $\triangle ABE \equiv \triangle CFB$ を示して、 $EB=BF$ となることを証明しました。あと最後に、 $\angle EBF$ が常に等しくなるといって予想しました。
- T30: $EB=BF$ をどうやって証明したか覚えてる？ちょっとチーム内で確認してみようか。
（チーム内での証明の振り返り）
- T31:ちなみに、 $\angle EBF$ って何度かな。
- C32:測って見たんだけど、常に 60° になってそうだと思います。
- T33:では、いつでも 60° になると言い切るために、チームで協力して証明もしくは説明してみよう。〈追究〉
- C34:前に出てもいいですか。まず、EFに補助線を引くと、前回の証明から、 $\triangle EBF$ は最低限二等辺三角形ということですよ。
- C35:(はい。)
- C36:〈前略〉 $\angle EDF$ は 360° から長方形の角の 90° と正三角形の角の 60° 2つ分を引いた角だから、 $360^\circ - 210^\circ$ で 150° になる。だから $\triangle DFE$ も合同になる。ということは、合同な図形の性質で、対応する辺の長さは等しいので、 $BE=FB=FE$ で $\triangle EBF$ が正三角形になるので、 $\angle EBF$ は 60° になると思います。
- C37:なるほど。
- T38:別の方法でやった人いる？
- C39:まず、 $\angle EAB$ は 150° と分かっている、 $\angle ABE$ と $\angle BEA$ を合わせた角の大きさは、 $180^\circ - 150^\circ$ で 30° になることが分かる。それで、 $\angle BEA$ と $\angle FBC$ は合同な図形の性質で等しいことが分かるので、 $\angle ABE$ と $\angle FBC$ が2つ合わせて 30° になることが説明できる。だから EBF は 60° になる。
- T40:では、もう少し踏み込んで考えてみましょう。この図形について、さらに調べてみたいことはありますか？ C41:…。
- T42:例えば、一部分の条件を変えて、同じような法則は成り立つのかな。例えば、長方形という条件を変えたらどうだろう。
- C43:正方形でも成り立つと思う。正方形は長方形の一部分だから。ちょうど、正三角形が合同になる場合。
- T44:この法則が成り立つのは、長方形と正方形のときだけかな。（チームでの話し合い）
- C45:ひし形や平行四辺形でも成り立つと思う。
- T46:四角形ってこれ以外にどんな形がある？
- C47:台形と何でもない四角形。
- T48:じゃあ予想してみよう。…〈追究〉

【資料7】生徒Aの考え

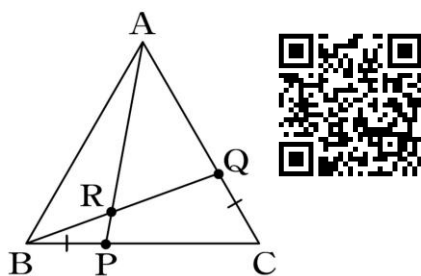
かる。また、C53「証明の仕方はほとんど前回と同じで」「あとは同じように証明できる」からは、長方形の証明と平行四辺形の証明とを別物と捉えるのではなく、つながりをもって捉え、類推的な考え方を働かせて問題を解決しようとしていることが推察できる。さらに、「等しいことは分かっているので、等しい角にそれぞれ 60° をたしても等しいままなので」からは、根拠を基に演繹的に説明していることが分かる。【資料9】の「角の大きさが変わっていないところがあっておもしろい…今度は点D以外の点を動かしていろいろと証明してみたい」からは、生徒Aが本時の学習をおもしろいと感じるとともに、主体的・発展的に追究していこうとしていることが分かる。また、「違う四角形でも共通点はたくさんある」からは、生徒Aが統合的な考え方を働かせて、長方形と平行四辺形と共通する図形の性質を見出していることが分かる。

このように、作図ツール Geogebra で開発した教材を提示し（手立て②）、意図的に発問しながら（手立て②）チーム学習の場を設定したことで（手立て③）、生徒は数学的な見方・考え方を働かせながら学びを深めることができたと考えられる。

（3）第10時 証明した事柄を用いて、新たな性質を見出し発展的に考えること①

問題②

下の図は、正三角形ABCの辺BC, CA上にBP=CQとなる点P, Qをそれぞれとり、線分APと線分BQの交点をRとしたものである。このとき、 $\angle BAP = \angle CBQ$ となることを証明しよう。



【資料10】教材・問題の工夫（手立て②）

第10時では、前時に追究していた長方形が平行四辺形に変わった場合について解決する場面から授業が開始した。

【資料11】のC56「でも、等しいという関係はいつでも成り立つので、証明はできる」C57「前と同じ証明の方法で説明できます」からは、長方形の場合と平行四辺形の場合とを、つながりをもって捉え、統合的に考察しようとしていることが分かる。

前時と同様に、作図ツール Geogebra で開発した教材を新たに提示し（【資料10】手立て②）チームで話し合う場を設定した（手立て③）。本時は、図形を動的に捉えて操作する中で、成り立つ性質に予想し（帰納的な考え方）その性質がいつでも成り立つ理由を考え（演繹的な考え方）条件を一部変えながら考察し（発展的な考え方）振り返って図形の性質をまとめる（統合的な考え方）ことを意図して構想した（手立て①）。

C61や【資料12】からは、根拠を基に、演繹的な考え方を働かせて図形の性質を証明できていたことが分かる。ここで、発展的な考え方を働かせるために、T62「この図で、次に調べてみたいことはありますか。」と発問した。【資料13】「前回のよ

【資料8】第9時 授業記録②

（【資料6】の続き）

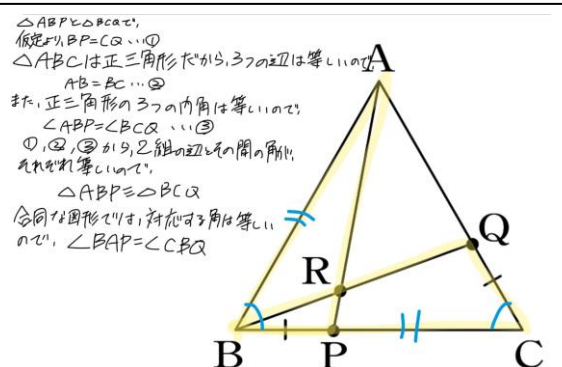
- T49: 平行四辺形の場合って、同じことが成り立つのかな。
 C50: 成り立つと思います。
 T51: みんなどう？
 C52: 成り立つと思う。
 C53: 平行四辺形は、向かい合う角の大きさが等しいことが分かっている。証明の仕方はほとんど前回と同じで、違うのは、形が長方形から平行四辺形に変わったから、 90° が使えないということ。でも、 $\angle DAB$ と $\angle BCD$ が 90° だと分からなくても、等しいことは分かっているので、等しい角にそれぞれ 60° をたしても等しいままなので、その間の角が等しいということは変わらずに説明できる。あとは、同じように証明できる。
 T54: では、今日の学習を振り返ろう。（後略）

あんなにいろいろな向きに点Dを動かしたのに、角の大きさが変わっていないところがあっておもしろいと思いました。今度は点D以外の点を動かしていろいろと証明してみたいと思います。また、どちらの四角形でも、三角形の合同を基に $\angle EBF = 60^\circ$ を証明できて、違う四角形でも共通点はたくさんあると思った。

【資料9】抽出生徒Aの振り返り

【資料11】第10時 授業記録①

- T55: チームで前回の学習を振り返ろう。（チームでの振り返り）
 C56: 平行四辺形は、形によって1つの内角の大きさが変わるので、その間の角は変わってくると思う。でも、等しいという関係はいつでも成り立つので、証明はできる。
 C57: $\angle EBF$ は、条件を一部変えた平行四辺形でも 60° になると思いました。前と同じ証明の方法で説明できる。
 T58: そのことが証明できるといいね。
 C59: 平行四辺形は、長方形と同じような感じだから成り立ったと思った。
 T60: 今日は新しい問題を用意しました。（チームでの追究）
 C61: $\triangle ABP$ と $\triangle BCQ$ で、仮定から、 $BP = CQ$ …①。正三角形では、3つの角の大きさと、辺の長さがそれぞれ等しいので、 $AB = BC$ …②。 $\angle ABP = \angle BCQ$ …③。①②③より、2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいので、 $\triangle ABP \cong \triangle BCQ$ 。合同な図形では、 $\angle BAP = \angle CBQ$ 。
 T62: 〈中略〉例えば、この図で、次に調べてみたいことはありますか。 〈中略 チームでの振り返り〉
 C63: $\angle BAP = \angle CBQ$ を証明しました。
 T64: そのことを証明するために、どの三角形の合同を示したんだっけ？
 C65: $\triangle BAP$ と $\triangle BCQ$ の合同を示した。
 T66: このRって何も使わなかったよね。
 C67: (はい。)



【資料12】生徒Aの考え

うに自分たちでいろいろな疑問を見つけたり、証明したいところを探したりしてみたい」からは、発展的に考察することへの意識が高まっていることが分かる。また、「チーム内の困っている子に上手に説明できるようになりたい」からはチーム隊形を基本として学習を進めてきたことにより、主体的・対話的に問題解決しようとする態度が養われてきていることが推察できる。

なお、本時の授業では、今後の考察のベースとなる点のみ ($\triangle ABP \equiv \triangle BCQ$) を扱い、次時の授業では、このことを基にして、さらに発展的に考察していく授業を構想した。

(4) 第11時 証明した事柄を用いて、新たな性質を見出し発展的に考えること②

第11時の導入では、前時の学習内容を各チームで振り返る場を設定した(手立て③)。また交点Rについて疑問に感じている生徒が多かったため、交点Rについて焦点化できるように発問した(【資料14】のT68・手立て②)。そして図形を動的に捉え、図形の性質について帰納的・演繹的に考察できるように問題を提示し(T70・手立て②)。T70「点を動かしてみて、どんなことに気付きますか?」と発問した。

C72「 $\angle BRP$ の大きさが変わらない」C73「点PがACの midpoint に来ると、 $\triangle ABQ$ と $\triangle CBQ$ が合同になる」からは、図形を動的に捉え、帰納的に予想していることが推察される。この姿から、作図ツール Geogebra で開発した本教材が、帰納的な考え方を働かせるうえで有効であったと考えられる。また、第8時においては、 $\angle EBF$ が常に一定であるということに生徒自らが気付けないでいたが、本時の問題においては、 $\angle BRP$ が常に一定であることに生徒自らが気付くことができた。これは、本研究の手立てを継続して講じてきたことの成果であると推察できる。さらに、C77「 $\angle BRP$ と $\angle ARQ$ は、点を動かしたときにどれを測っても 60° 」からは、帰納的に見出した図形の性質を演繹的に考察しようとしていることが推察できる。ここで、本時の問題が焦点化されるように、T80「この $\angle BRP$ が常に等しくて、 60° ってなることを証明してみよう」と発問しチーム追究する場を設定した(手立て③)。

C82「図を使って説明します」からは、生徒が他者意識をもって、分かりやすく説明しようとしていることが分かる。また、C85「BCARのブーメラン型を見ると」からは、既習事項を活用して演繹的に問題を解決しようとしていることが分かる。また、C88「正三角形だから。それぞれ何度かは分からないけど、たしたら 60° ってことは分かる」からも、演繹的な考え方を働かせていることが分かる。ここで、多様な(よりよい)考え方で問題を解決することができるようにT92「違う説明を考えた人はいますか?」と発問した。

生徒Aは、【資料16】のように、C93と同様な考え方で問題を解決できたことが分かる。ここで、さらに発展的に考察できるように、T94「この図形の条件を一部変えて調べるとしたら、どんな変え方があるかな」と発問した(手立て②)。

次は、チーム内の困っている子に上手に説明できるようになりたい。今回のような証明もいいけど、前回のよう
に自分たちでいろいろな疑問を見つけたり、証明したい
ところを探したりしてみたい。

【資料13】抽出生徒Aの振り返り

【資料14】第11時 授業記録①

【資料11】の続き

T68:このRって何だろう。このRを使って、もっと詳しく調べられそう、というような振り返りを書いた人?。

C69: (半数)

T70:今日の問題はこれです。同じ図形で、条件も変わらず、この条件を保ったまま、点Pと点Qが動きます。まずは、点を動かしてみて、どんなことに気付きますか?

(問題配付 チームでの追究)

T71:点を動かして何か気付きましたか?

C72: $\angle BRP$ の大きさが変わらない。

C73:点PがACの midpoint に来ると、 $\triangle ABQ$ と $\triangle CBQ$ が合同になる。

C74:C76と同じで $\angle BRP$ が変わらない

C75:C76と同じで $\angle ARQ$ も変わらない

C76:付け足して、対頂角は等しいから、 $\angle ARQ$ も変わらない

C77: $\angle BRP$ と $\angle ARQ$ は、点を動かしたときにどれを測っても 60° でした。

T78:実際に測ってみたの? C79:(はい。)

T80:じゃあ、この $\angle BRP$ が常に等しくて、 60° ってなることを証明してみよう。

(チームでの追究)

T81: $\angle BRP$ が常に 60° になる理由が説明できる?

C82:図を使って説明します。まず、 $\angle BAP$ を \circ とすると、 $\angle CBQ$ も \circ になって等しくて、 $\angle PAC$ を \times とすると、正三角形の1つの内角の大きさは 60° なので、 $\circ + \times$ は 60° 。

T83: $\angle BAP$ と $\angle CBQ$ ってなんで等しいの?

C84:(前回の証明で、合同だったから。)

C85:それで、BCARのブーメラン型を見ると、 $\angle ARB$ は $\angle PAC + \angle CBQ + \angle C$ だから、 $\circ + \times + 60^\circ$ になって、 $\angle ARB$ は 120° になる。だから $180^\circ - 120^\circ$ で $\angle BRP$ は常に 60° で等しくなる。

T86:質問はありますか?

C87: \circ と \times を足したら、なんで 60° って分かるんですか。

C88:正三角形だから。それぞれ何度かは分からないけど、たしたら 60° ってことは分かる。

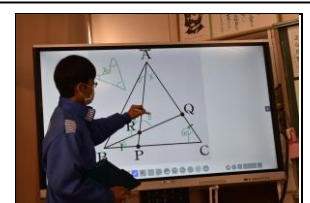
T89: $\angle ARB$ が 120° になるのはどうして?

C90:(ブーメラン型だから。)

C91: $\circ + \times$ で 60° で $\angle C$ を足して 120°

T92:違う説明を考えた人はいますか?

C93: $\triangle BAP$ と $\triangle CBQ$ の合同な図形の性質から、 $\angle BAP$ を \circ とすると、 $\angle CBQ$ も \circ になって、 $\angle APB$ を \times とすると、 $\angle BQC$ も \times になる。 $\triangle BCQ$ で、 \circ と \times と 60° をたすと、 180° になる。 $\circ + \times + 60^\circ = 180^\circ$ を移項して整理すると $\circ + \times = 120^\circ$ になる。 $\triangle BPR$ で $\angle RBP + \angle BPR$ が $\circ + \times$ だから残りの $\angle BRP$ は 60° になる。



【資料15】C85 発言

予想したことがいつでも成り立つ理由を考えよう

$\angle ARQ = \times + \circ$ (この \times と \circ は、 $\triangle ABP \equiv \triangle BCQ$ から、合同な図形では対応する角は等しい) $\rightarrow \times + \circ = 60^\circ$



【資料16】生徒Aの考え

C95～98からは、生徒が発展的に考察しようとしていることが分かる。ここで、正三角形を正方形に変え、チームで追究する場を設定した（手立て③）。

時間の都合上、本時の中で全体共有までできなかったが、【資料 19】からも分かるように、生徒 A は、問題を類推的に解決していることが分かる。また、【資料 18】「証明するために使う三角形の合同条件は同じになる」からは、生徒 A が調べて分かったことの共通点を統合的に捉えていることが分かる。さらに「 $\angle ARQ$ は正三角形では 60° で正方形では 90° だったので、内角の大きさに関係しているのかな」からは、図形の性質について、帰納的・演繹的に考察しようとしていることが分かる。「正三角形じゃない三角形や、正五角形など、いろいろな図形でも調べたい」からは、発展的な考え方を働かせて考察しようとしていることが分かる。

このように、作図ツール Geogebra で開発した教材を提示し（手立て②）、意図的に発問しながら（手立て②）チーム学習の場を設定したことで（手立て③）、生徒は数学的な見方・考え方を働かせながら学びを深めることができたと考えられる。

【資料 17】第 11 時 授業記録②

（【資料 14】の続き）

T94: では、この図形についていろいろなことが分かったけど、この図形の条件を一部変えて調べるとしたら、どんな変え方があるかな。

C95: 正三角形を二等辺三角形に変える

C96: (直角三角形) C97: (普通の三角形)

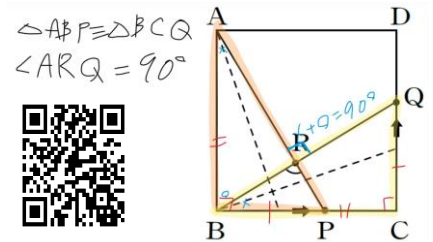
C98: 三角形じゃなくてもいいなら、辺の長さは等しいままで正方形や正五角形とかに変える。

T99: では、正方形に変えて調べてみましょう。

（問題提示・チームでの追究）（振り返り）

合同な三角形やそれを証明するために使う三角形の合同条件は同じになるのだと気付きました。 $\angle ARQ$ は正三角形では 60° で正方形では 90° だったので、内角の大きさに関係しているのかなと思った。正三角形じゃない三角形や、正五角形など、いろいろな図形でも調べたい。

【資料 18】抽出生徒 A の振り返り



【資料 19】生徒 A の考え

3 研究の成果と課題 ～手立ての有効性と深い学びの具体について～

(1) 仮説 I の手立てについて

手立て① 数学的な見方・考え方を位置づけた授業を構想する

生徒が本時で働かせる「数学的な見方・考え方」は何かを具体的な姿で想定し、各授業を構想したことで（手立て①）、効果的に手立て②③を講じることができた。

手立て② 教材や発問、問題の提示の仕方を工夫する

各授業では、作図ツール Geogebra で開発した教材を提示し（手立て②教材の工夫）、数学的な考え方が働くように意図的に発問した（手立て②発問の工夫）。そうすることで、生徒は、類推的（C19, 53, 資料 19）、帰納的（C5, 9, 12, 29, 32, 72, 73）、演繹的（C8, 36, 53, 61, 77, 85, 88, 資料 12）、発展的（C41, 43, 45, 95～98, 資料 9, 13）、統合的（C56, 57, 資料 11）などの数学的な考え方を働かせたり、多様な考え方で（C39, 93）図形の性質を考察したりすることができた。これらの姿は、本研究の手立て②③が、数学的な見方・考え方を働かせながら学びを深めるうえで、有効な手立てであったことを示しているのではないかと考える。

(2) 仮説 II の手立てについて

手立て③ チーム隊形を基本とし、常にチームで話し合える場を設定しておく

対話的に学びを深め合うことができるように、チーム隊形を基本とし、常にチームで話し合うことのできる場を設定した。そうすることで【資料 20】のように、生徒は学びを深め合うことができた。これらの姿は本研究の手立て③「チームで話し合うことのできる場を設定する」が、数学的な見方・考え方を働かせながら学びを深め合ううえで、有効な手立てであったことを示しているのではないかと考える。



【資料 20】チーム学習

(3) 抽出生徒 A の変容について

「図形の学習は少し好き→図形の学習は好き」のように、図形の学習に対する意識に変容が見られた。その理由として「図形の問題はいろんな解き方があっておもしろいし、図形を動かすのは楽しいから」と答えた。また、全体の場での発言は、顕著には増えなかったものの、チームの中で対話的に問題解決する姿が以前よりも見られるように変容した。冒頭で示したように、深い学びというには、生徒の思考・態度が変容する必要がある。単元の終末に見られた生徒 A の姿は、まさに目指す生徒像に迫る姿であり、本研究の手立ての有効性を表しているのではなかと考えられる。

(4) 研究の課題

上述したような成果が得られた一方で、追究に時間がかかってしまい演習の時間が取れないなどの課題もある。したがって、今回の研究の成果を踏まえ、限られた時間の中で深い学び合いを構築することができるよう、同じテーマで継続して研究を続けていきたい。