

1	名古屋	前津中学校	フクオカ 福岡	ミサ 美沙
分科会番号 4		分科会名 数学教育（数学）		

1 課題（テーマ）

数学のよさを実感し、よりよく問題を解決できる生徒の育成

2 研究のねらい

「数学の問題が解けるようになってうれしいし楽しいけど、大人になったらもう使わなくなるよね。算数ができれば十分だよね。」うれしいような悲しいようなこのセリフをよく耳にする。確かに、中学生の日常生活では「おつりの計算」など、算数ができれば特に困ることはないかもしれない。しかし、気付いていないところで私たちは数学の恩恵を受けている。私は生徒に対して、気付かないところで恩恵を受けて終わるのではなく、学んで身に付けた知識や考え方を生かして、自分や周りの人の人生、そして社会における問題を解決していける大人になって欲しいと願う。学んで身に付けた知識や考え方を生かすためには、それらの「よさ」に気付いたり、その「よさ」が様々な場面、時には意外な場面でも生かされることを実感したりすることが大切だと考える。

生徒に豊かな人生を送ってもらうために、私は数学の授業を通して、「数学のよさ」を実感させ、そのよさを生かしてよりよく問題を解決できる生徒を育成できるように実践に取り組んでいきたいと考えた。

中学校学習指導要領の数学科の目標の一つに、次のようなものがある。

数学的活動の楽しさや数学のよさを実感して粘り強く考え、数学を生活や学習に生かそうとする態度、問題解決の過程を振り返って評価・改善しようとする態度を養う。

この目標は「学びに向かう力、人間性等」に基づいた目標である。また、数学のよさやよりよい問題解決について以下のように表記されている。

①数学のよさについて

数学的な表現や処理のよさ、数量や図形などに関する基礎的な概念や原理・法則のよさ、数学的な見方・考え方を働かせることのよさなどを意味する。また、数学が生活に役立つことや数学が科学技術を支え相互に関わって発展してきていることなど、社会における数学の意義や価値も含まれる。数学のよさを実感できるようにするためには、数学を学ぶ過程で、数学的な知識および技能を確実に用いることができるようになったり、思考力、判断力、表現力等を発揮することによって能動的に処理できるようになったり、ことがらを簡潔かつ明瞭に表現して的確に捉えることができるようになったりする成長の過程を振り返るなどして明確に意識できるようにすることが大切である。

②よりよい問題解決について

多様な考えを相互に出し合い認め合うことは、よりよい問題解決を実現するだけでなく、次の機会に向けた新たな発想を引き出すことに繋がる。

よりよく問題を解決させるためには、問題解決の結果や過程だけでなく、解決する過程で気付いた解き方のよさなどを共有する機会を設け、お互いの考え方のよさに触れたり、1人では気付くことのできなかつた数学のよさを見いだしたりする機会を設けることが大切だと考える。

3 生徒の実態

4月の最初の授業で、2年生22人にアンケートを行った。「数学が好きか」という問いに対して「好き」が8人、「どちらかというとき好き」が7人、「どちらかというとき嫌い」が7人、「嫌い」が0人という結果で、本校の2年生は数学が好きな生徒が多いことが分かった。数学が好きな理由としては、「正解できるとスッキリするから好き」などが挙げられており、「数学は役に立つから」などの記述は見られなかった。正解したときの喜びだけでない数学のよさを実感して、より良く問題解決できるように指導していきたい。

4 実践の手立て

手立て① 数学のよさに気付かせるための工夫

単元の導入や利用の場面で、日常に関わる問題を提示し、数学を使って解決させることで、数学のよさを実感することができるようにする。

手立て② よりよく問題を解決させる工夫

生徒自身が“仲間と共有したい”と思えるように、答えが1つではない「開かれた問い」を扱う。解法や、その解法から感じた数学のよさを個人で考えさせ、記述させる。個人で考えた解法や数学のよさを全体で共有させる。自分とは異なる考えに気付いた後に、生徒自ら条件を変更した問題に取り組みせることで、新たに気付いた解き方のよさを生かしながらよりよく問題を解決させる。

5 実践の内容

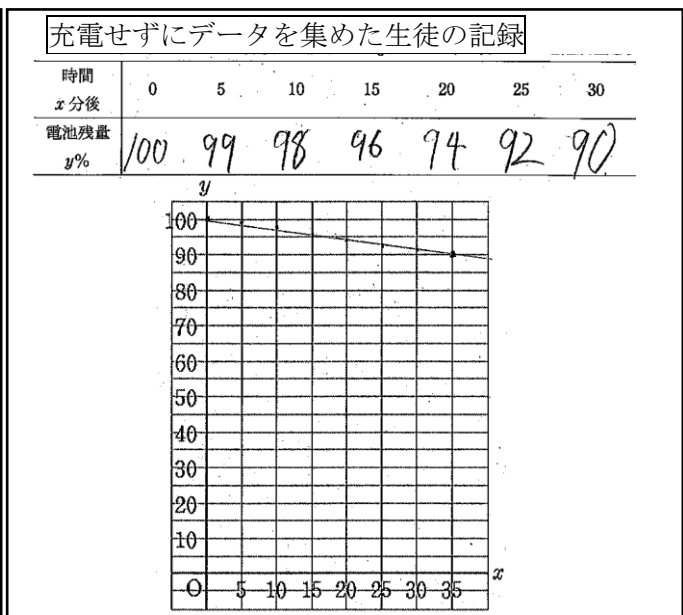
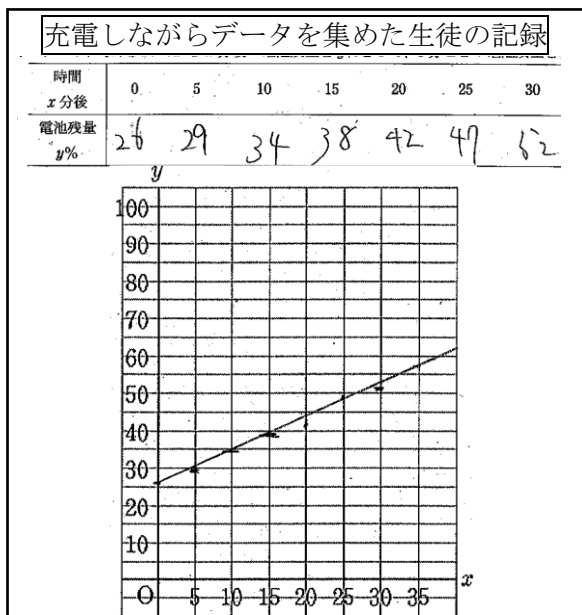
(1) 実践①の概要

<実践①> 単元 3章 一次関数 (本時 16~18/20 時間)

1/3時限目 (「日常に関わる問題」を扱う)

授業の最初に、「先生のタブレットの電池残量があと30%なんだけど、あとどれくらい電池がもつと思いますか」と問い掛け、タブレットの使用時間と電池残量の関係を以下のように調べた。

ロイロノートの使用時間とタブレットの電池残量についてのデータを集めさせる。ロイロノートを使った学習に取り組みせながら、学習開始時の電池残量と5分ごとの電池残量を表に記録させる。記録は30分程度とする。ロイロノートを使った学習に取り組んでから x 分後の電池残量を y %として、得られた値を座標とする点をとらせ、それらの点がどのように並んでいるか観察させる。



2 / 3 時限目 (「開かれた問い」を提示する。また、「数学のよさ」を記述させる。)

前回の調査によるデータの点がグラフではほぼ一直線上に並んでいることを基にして、「ロイロノートの使用時間」と「電池残量」という二つの数量の関係を一次関数とみなすことができることを確認した。その後、以下のような問題に取り組んだ。

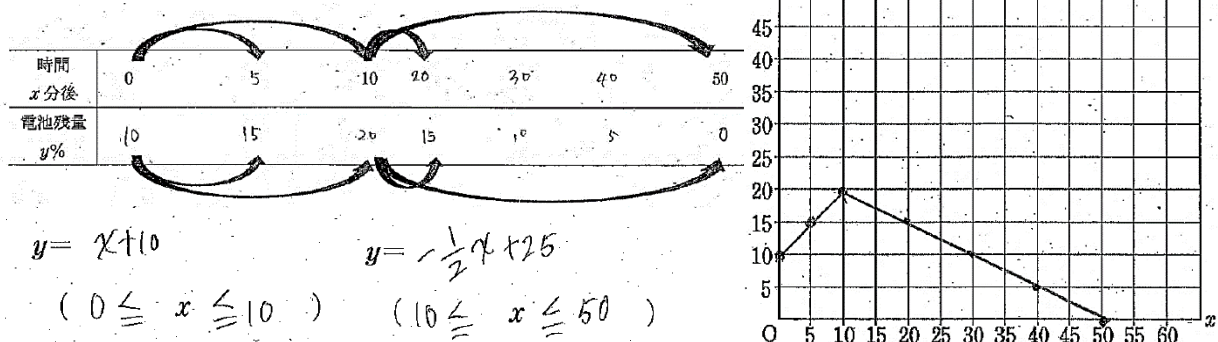
前津さんが使っているタブレットは、電池残量が百分率で表示され、0%になると使用できません。このタブレットは、充電をしながらロイロノートを使用するとき、電池残量は5分あたり5%増加し、充電をせずにロイロノートを使用するときは、電池残量は一定の割合で減少します。前津さんは、タブレットで50分間ロイロノートを使用します。前津さんは、開始時の電池残量が10%だったため、タブレットの充電をしながらロイロノートを使用しはじめました。ロイロノートを使用し始めてから10分後に充電をやめ、充電をしない状態でロイロノートを使用し続けたところ、50分間ロイロノートを使用したときに電池残量がちょうど0%になりました。

問 前津さんがロイロノートを使用してから x 分後の電池残量を $y\%$ とする。

- ① 前津さんがロイロノートを使用してから50分間取り組むまでの、 x と y の関係を表やグラフ・式に表しましょう。
- ② ①で表した表やグラフ・式などをみてわかることをたくさん書き出しましょう。
- ③ 今日気付いた「数学のよさ」についてまとめましょう。

(表のよさ、グラフのよさ、式のよさ、事象を一次関数とみることのよさなど)

生徒の記述した表・グラフ・式の例



生徒から挙げた「表やグラフ・式からわかること」の例

表から…最初の10分は、「充電している時間+10」で電池残量がわかる

グラフから…30分経ったら残り10%など、パッと見てわかる

式から… $y = x + 10 \rightarrow$ 1分で1%増える。 $y = -0.5x + 25 \rightarrow$ 1分で0.5%減

生徒から挙げた「数学のよさ」の例

表のよさ

まだあまり数字が分からなくても、文章を読み取れば書くことができるよさ

グラフのよさ

計算しなくても、2つの点を線で結ぶと他のところは計算せずに読み取ることができる。

式のよさ

x, y のどちらかがわからなくても、わかる方を式で代入すればできる

一次関数とみて考えることのよさ

自分で推測したり、予想して答えをだすことができる

3 / 3 時限目 (気付いた「数学のよさ」を使って、よりよく問題を解決しようとさせる。)

2時限目の問題の条件を変更することによって、「表・グラフ・式のいずれかを使って予測できること」について考えさせる。また、「表・グラフ・式」からその解決方法を選択した理由を記述させる。

変更できる条件の例 充電しながらか否か、何分間取り組むか、開始時や終了時に何%か、など

生徒が考えた「予測できること」や「その解決方法を選択した理由」の例

もし、開始時の電池残量が25%だったら…	使った「よさ」	もし、50分間ではなく、65分間ロイノートに取り組むなら…	使った「よさ」
50分後の電池残量は15%になる。	表のよさ	充電しながら取り組む時間が15分以上必要。	グラフのよさ
	<p>見ただけで電池残量の変化がわかるし、どういう増え方をしてどういう減り方をしているのかもわかる。</p>		<p>計算をしなくても見えてすぐわかる。</p>

(2) 実践①の成果 (○) と課題 (●)

- 生徒からは「教科書に書いてあるものをただ解くよりも、身近な問題を数学の問題として考えることができたのがすごく楽しかった」といった意見が挙がった。また、「授業であとどれくらい充電がもつのかなどを調べる場面もありそう」、「自分のスマホの電池残量の予測を考えてみたい」、「他にも身の回りに一次関数を使って解けることがたくさんあるので見つけてやってみたい」など、日常生活に役立てていこうとする意見が見られ、数学のよさに気付くことができていると捉えることができる。
- 生徒から挙がった解法や、その解法から感じた数学のよさを全体で共有することで、「自分は表で考えたが、グラフの方が見落としにくい場合もある」ということに気付いたり、自分の知りたいことを求めるためには表・式・グラフのどれをどのように使えばよいかを考えるヒントを増やしたりすることができたため、19人中12人の生徒が、条件変更問題をよりよく解決させることができた。
- 1時限目の実践において、導入の仕方にもっと工夫の余地があった。使用中のタブレットは、電池残量だけでなく、残り何分間使用可能なのかも表示される。このことから、使用時間と電池残量の間に関数関係があるのではないかと考えさせ、グラフを想像させてからデータ集めに移るなど、操作や観察をさせることで、日常生活以外にも数学のよさを実感することができると思われる。
- 2時限目の実践において、「開かれた問い」として表・グラフ・式などをみてわかることを記述させたが、「グラフが山形になっている」「切片が0じゃない」などの記述で終わっていて、何分後に電池残量が何%になるのかというところまで考えきれていない生徒もいた。3時限目の最初に、「電池残量が15%になるのは何分後か」「42分後の電池残量は何%か」「前半の電池の増える速さと、後半の電池の減る速さを比べると、どちらが速いか」を確認したが、「開かれた問い」であってもこのようなことを考えられるように、あらかじめ例を挙げるなど、問い掛けに工夫が必要であると感じた。
- 3時限目の実践において、式を使って考えようとした生徒が、条件を変えたものの同じ式をそのまま使っていた。条件を変更して考えさせる際は、変わるもの、変わらないものを確認する大切さを改めて感じた。また、条件変更を生徒自身にさせたことで、問題が複雑になってしまい、解決できない事例があったため、教師による提示にするとよいと感じた。

(3) 実践②の概要

<実践②> 単元 4章 図形の調べ方 (本時 16時間)

1 / 16時限目 (「生徒自身の疑問・予想」を扱う)

次のような問題を提示し、直感・操作・測定を通して、三角形の内角の和や星形の先端にできる5つの角の和について考えさせる。

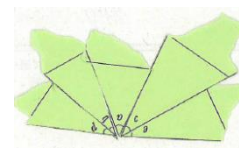
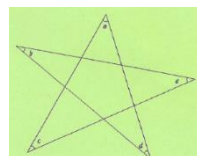
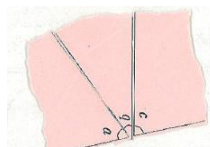
問題 三角形の内角の和と、星形の先端にできる5つの角の和では、どちらの方が大きいでしょうか。
また、それはどんな三角形でも、どんな星形でも、同じことが言えるでしょうか。

直感による生徒の予想

三角形・・・2人 星形・・・6人 どちらも同じ・・・7人 決められない・・・1人 計16人

直感による予想をさせた後、三角形と星形を印刷したカードを1人1枚配り、図形を切り貼りさせて観察させた。

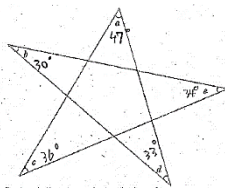
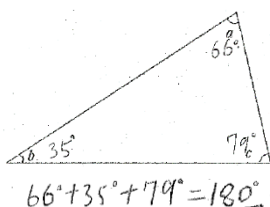
生徒による操作・観察の結果と予想



三角形の内角の和と、星形の先端にできる5つの角の和は・・・
 180° になる

続いて、分度器を使ってそれぞれの角度を測定させ、角の和を計算させた。

生徒による測定の結果と予想



$47^\circ + 30^\circ + 36^\circ + 33^\circ + 34^\circ = 180^\circ$

三角形の内角の和と、
星形の先端にできる
5つの角の和は・・・
どちらも 180°

2～7/16時限目 (「数学のよさ」を記述させる。)

学んだ知識や考え方をロイロノートのカードにまとめて共有した。

共有した

「知識・考え方カード」

		頂点を直線で結ぶ	図形を分ける

これらのカードを確認しながら取り組んだ問題の解法をいくつか紹介した。仲間の解法を聞く中で気付いた「数学のよさ」について記述させた。

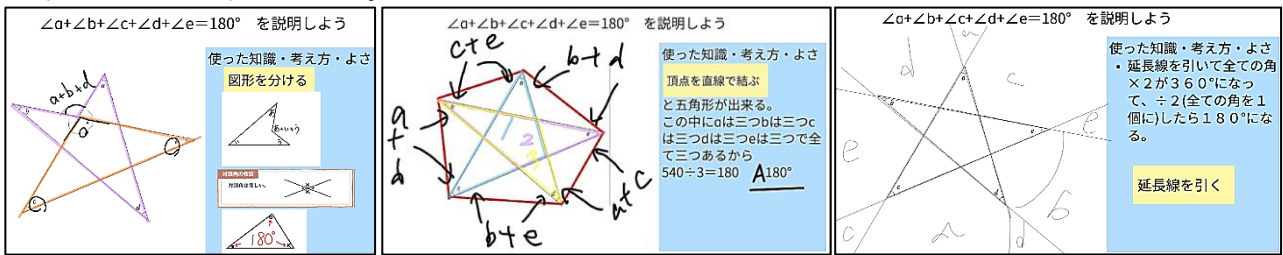
生徒から挙げた「数学のよさ」の例

図形を分ける こと のよさ 三角形の内角の和や スリッパが使える	延長線を使う こと のよさ 角を大きく考えられ る	頂点を直線で 結ぶこと のよさ 新たな図形を作って 考えられる
---	--	---

8/16時限目 (前時までに気付いた「数学のよさ」を使ってよりよく問題を解決しようとさせる。)

授業の最初に、前時までに記述した「数学のよさ」を全体で共有した。その後、1限目に扱った「星形の先端にできる5つの角の和はいつでも180度になる」という予想も、それらの「よさ」を

使うと様々な方法で説明できることを伝え、実際に説明させた。また、その解決時に使った知識や考え方やよさを記述させた。



(4) 実践②の成果 (○) と課題 (●)

- 実践後のアンケートでは、生徒からは「難しかったけど、授業でやったことを使って星形の5つの角の和が180度になることを確かめられてうれしかった」といった意見があった。「延長線や垂線をひいて考えると普通に計算するより簡単になる問題は、使って計算したい」、「世の中には学んだ以上の図形があると思うので、たくさんの図形を見て自分で問題を作ってみて計算していきたい」など、数学のよさに気づき、今後に繋げていこうとする意見が見られた。
- 2～7時限目に、複数の方法で解決できる問題を提示し、様々な方法で解いてみるように指示した。生徒から出なかった解法も、「延長線を引いてみても答えを出せそうか」などと問い掛けながら一緒に取り組むことで、意外な方法でも答えを導き出せることに気付かせることができた。その結果、8時限目の提示問題に取り組む際に自ら「延長線を引いてみよう」と考えた生徒がいた。
- 道具を使わずに、そして、どのような星形でも5つの角の和が180度になることを説明させたが、ロイロノートのカードを用いることで、数学が苦手な生徒でも、図形を分けたり、補助線を引いたりしながら試行錯誤する姿が見られた。「仲間と話し合いながら考えても良い」と指示しても個人で黙々と考えていた生徒が多く、個人でよりよく問題解決しようとする姿勢が見られた。
- 1時限目に図形を切り貼りしたり分度器で角度を測ったりして生徒の興味・関心を引きつけることができた一方で、8時限目の解決の際にも「分度器で測る」を解決案として挙げる生徒が2名おり、数学のよさを実感させられていないと感じる場面もあった。これらの生徒が夢中になる提示問題の工夫や、数学のよさに目が向くような発問の工夫が必要であると感じた。
- 8時限目の提示問題に対して、平行線を引いたもののそれ以上考えを進められない、といった生徒もいたので、仲間と話し合うだけでなく、教師から助言することの必要性を改めて感じた。

6 実践を終えて

“授業実践”というとき、自分の考えを説明することや話し合い活動に焦点を当てがちだったが、それらをより有効なものにするためにも、学んだ知識や考え方を整理することや個人で考える時間、そして“知りたい”、“考えたい”と思える問題を提示することが大切だということを再認識した。

2学期の最後に行ったアンケートでは、「一次関数で充電の問題を解いて、自分でもあとどれくらいで充電がなくなるかを大体計算できるようになった」などの意見があったが、「一次関数は役立つことが分かったが、さすがに証明は日常生活では使わないと思う」のように、まだ数学を身近なものとして捉え切れていない生徒もいた。だからこそ今後も、数学の授業において数学と日常生活を繋げる機会を増やしていきたいと思った。

生徒が将来、「当てずっぽうではなく、数学を使った方がよさそうだから使ってみよう」と思えるように、解き方のよさ、数学のよさを実感させて、よりよく問題を解決させることができる授業実践を今後も続けていきたい。