

1 研究テーマ

「何を1とするか」の基準を明確にし、図・式・言葉を結び付けて数量の関係を理解・表現する子供の育成

2 研究概要

(1) はじめに

小学校算数科において、「1」は、数量を数値化し、比較し、関係付けるための基準として重要な役割を果たしている。学年が進むにつれて、「1」は単位量や基準量としての意味をもち、割合の学習では「もとにする量」を「1」として捉えることが重要になる。第5学年で学習する「単位量あたりの大きさ」や「割合」「速さ」などは、複数の量の関係を同時に扱う学習であり、「何を1とするか」を明確にすることが数量関係を理解する上で重要である。

全国学力・学習状況調査においても、「単位量あたりの大きさ」や「割合」など数量の関係を問う問題において、式の意味や数量関係を説明することに課題が見られることが指摘されている。

H24A③(1)【資料1】では、正答の選択肢4を選んだ子供は34.3%である。最も多かった誤答は、選択肢3を選んだものである。また、(2)の実際に白いテープの長さを求める設問（正答率41.3%）に対する誤答として、48.6%が 120×0.6 と立式しており、子供が何を基準量の「1」としているのかが曖昧なまま計算を行っていることがうかがえる。

H26A④では「異種の二つの割合」に関わる問題が出題されている【資料2】。(1)の問いに対して、正答の選択肢4を選んだ子供が82.4%にのぼるのに対し、(2)の問いに対して正答の「 $16 \div 8$ 」に至ったのは61.5%である。最も多かった誤答は「 $8 \div 16$ 」（14.6%）であり、正しい図を選んだ子供の約15%が除数と被除数を逆に考えており、図と式を関連付けて考えることができていないことがうかがえる。

H27B②(2)では【資料3】の問題が出題された。正答である $480 \div 1.2$ と回答した割合は13.4%、 480×0.8 と回答した割合が27.6%であった。誤答である 480×0.8 という立式から20%増量しているから20%減らせばもとに戻るのではないかと考えていることがうかがえる。

R4②(3)では【資料4】の問題が出題され、正答率は21.6%であった。数量が変わっても割合は「全体を1としたときの部分の大きさ」であり、常に一定であるという割合の概念を理解できていないことがうかがえる。

上記の結果から、子供が「何を1として考えているのか」を曖昧なまま計算を行い、式を機械的に当てはめて処理してしまう姿や、割合の公式を形式的に用いることが先行し、「この1は何を表しているのか」という視点が十分に育っていない状況が予想される。

実際の授業においても、計算は正しく行えているものの、「なぜその式になるのか」を問うと説明ができない子供の姿が多く見られる。例えば、「小数のわり算」の単元において「0.7mの重さが1.05kgの鉄棒があります。この鉄棒1m分の重さは何kgですか。」という問題に対して 1.05×0.7 と考える場面が見られた。これは1に当たる大きさを求める場面では、乗法を用いると捉えている。また、正答である $1.05 \div 0.7$ と答えた子供に対して「なぜその式になるのか」と問いかけても説明に戸惑う姿が見られた。このことから、子供が数量関係を操作として処理する一方で、その意味を構造的に捉える経験が十分でないという課題があると考えられる。

以上のように、高学年の算数科では、単位量あたりの大きさや割合など、数量の関係を捉える際に「何を1とするか」という基準が複雑になり、その意識が曖昧になりやすい状況が見られる。「1の構成」を意識することは、単位量あたりの大きさや割合にとどまらず、比例、速さ、比といった算数の重要な内容へとつながる基盤となる視点である。また、学習指導要領算数編（H29年告示）においても、数量の関係を図や式で表し、それらを関連付けて考えることの重要性が示されている。特に、関係図や線分図、数直線といった視覚的な表現は、「全体」「部分」「1あたり量」などの数量の関係を明確にし、式の意味理解を支えるために効果的であると考える。

白いテープと白いテープの長さについて、次のことをおぼえています。

白いテープの長さは120cmです。
白いテープの長さは、白いテープの長さの0.6倍です。

(1) 白いテープと白いテープの長さの関係を正しく表している図はどれですか。下の①から④までのの中から1つを選んで、その番号を書きましょう。

【資料1】 H24A③(1)

みのお菓子の1kgあたりの人数を調べます。
みのお菓子の数量は3kgで、人数の半分は12人います。

(1) みのお菓子の数量を表している図はどれですか。下の①から④までのの中から1つを選んで、その番号を書きましょう。
ただし、★は1人を書きましょう。

【資料2】 H26A④

白いテープの長さを求める式を書きましょう。
ただし、計算の答えを書く必要はありません。

【資料3】 H27B②(2)

みのお菓子の1kgあたりの人数を調べる式を書きましょう。
ただし、計算の答えを書く必要はありません。

【資料4】 R4②(3)

そこで本研究では、数量の関係を「何を1とするか」という基準の視点で捉えることに着目し、図や線分図、数直線などを活用して「1」を視覚化し、その図と対応させながら式や言葉で表現する授業づくりを行うこととした。具体的には、(1)単位量あたりの大きさの比較、(2)割合の三用法の導入、(3)量の比較問題における基準量の設定、(4)25%増量を扱った応用問題の4つの学習場面を取り上げる。これらはいずれも、「1をどのように設定するか」によって数量関係の構造が明確になるという共通の特徴をもつ。本研究を通して、子供が基準量を明確にして数量関係を捉え、図・式・言葉を結び付けて筋道立てて表現できる力を育てたい。このように願い、本実践を行うことにした。

(2) 目指す子供像

研究を進めるにあたり、目指す子供像を次のように設定した。

基準量を明確にして数量関係を捉え、図・式・言葉を結び付けて筋道立てて表現できる子供

(3) 研究の仮説と手だて

研究の仮説と具体的な手だてを以下のように考えた。

【仮説】

基準量を意識できるような教材を用い、数量の関係を視覚化できるようにしたり、図と対応させて式や言葉で表現する場を設けたりすることで、基準量を明確にして数量関係を捉え、図・式・言葉を結び付けて筋道立てて表現できるだろう。

【仮説に対する手だて】

手だて① 教材の工夫と「1」の視覚化

数量の関係を捉える際に、「どの量を1とするか」が曖昧なままでは、式の意味理解や説明は成立しにくい。そこで、本研究では「何を1とするか」という基準量が必然的に意識されるように「1の置き方によって捉え方が変わる」ことが表面化する教材を意図的に設定する。具体的には、以下の場面を扱う。

- ・ 単位量あたりの大きさでは、「1人あたり」、「1枚あたり」など、「1あたり」にそろえることで比較が可能になる場面
 - ・ 割合では、「全体の1」を意識できるように同じ割合を作る場面や、「割合の1」と「単位量あたりの1」が混在する場面
 - ・ 増量問題では、「増える前を1とするのか、増えた後を1とするのか」によって式が変わる場面
- これらの教材は、単に計算するだけでは解決できず、「この場合の1は何か」、「どの量を基準に考えているのか」を明確にしなければ数量関係を整理できない構造をもっている。このような教材を通して、子供が数量の関係を捉える際に「何を1とするか」という基準を明確にし、その基準をもとに数量関係を整理する視点をもてるようにすることをねらいとする。
- また、「何を1とするか」は、言葉や式だけでは捉えにくく、子供にとって曖昧になりやすい。そこで本研究では、図を活用するよう促して「1」（基準量）を視覚化し、数量の関係を明確に捉えられるようにすることを重視する。

授業では、問題の内容に応じて絵図、数直線、線分図、関係図などを使い分け、「全体」「部分」「1としている量」「割合」「基準量・比較量」といった数量を図の中で明確に表すようにする。その際、「1としている量」を図の基準として示すよう促すことで、子供が図を通して「どこを1として考えているのか」を明確に捉えられるようにする。例えば、割合の学習では、数直線や線分図を用いて全体を1として表し、比べる量がその何倍にあたるのかを示すことで、「割合＝もとにする量を1としたときの大きさ」という意味を視覚的に捉えられるようにする。

このように図を用いることで、子供は数量関係を感覚的に捉えるだけでなく、「何を1とするか」を明確にした上で数量関係を構造として捉えることが可能となり、後の立式や説明につながる理解の基盤を形成すると考えた。

手だて② 図・式・言葉を対応させて説明する活動の充実

数量の関係を理解していても、それを理由や根拠を示して説明できなければ、筋道立てて表現できているとは言えない。そこで本研究では、図・式・言葉を常に対応して考えられるようにし、説明する活動を重視する。

授業では、式を書く前に図を用いて数量関係を整理し、式を書いた後には、その式や答えが何を表しているのか、図のどの部分を表しているのか、どの量を1として考えているのかなど問い返しの発問を行う。さらに、図を指し示しながら、式の意味を言葉で説明する時間を意図的に設定する。例えば、割合や単位量あたりの学習では、「この式は全体を1としたときの大きさを求めている」「この式は、図のここを1としているから…」といった説明を、図と対応させながら説明を行う場を設定する。

このような活動を繰り返すことで、子供は式を単なる計算の手続きとしてではなく、数量の関係を表した物として捉えるようになる。その結果、「なぜこの式になるのか」を図・式・言葉を結び付けて説明できるようになると考えた。

(4) 抽出児について

抽出児童Aの算数の授業の取り組み方と教師の願い【資料5】

算数の授業に積極的に参加し、問題に対して意欲的に取り組むことができる。一方で、立式や計算は行えているものの、式が表している数量の関係や意味を十分に理解できていない姿が見られる。「小数のわり算」の単元においても、立式はできたが、「なぜその式になるのか」と理由を問うと、言葉で説明することができず、式と数量の関係を結び付けて捉えられない姿が見られた。

今回の研究を通して、基準量を明確にして数量関係を捉え、図・式・言葉を結び付けて筋道立てて表現できるようになって欲しい。

3 研究の実際

(1) 単位量あたりの大きさの比較「混み具合を比べよう」

本実践では、計算を形式的に立式ができて、何を求めている式なのか分かっていないという問題点を改善するために、立式の根拠を大切にする活動を取り入れ、子供が何を求めているか明確にできるようにすることをねらいとした。部屋の混み具合を求める問題として、「1あたり」に必然的にそろえる必要があるAからDの4つの数値を設定した【資料6】。また、A、C、Dの差を8にそろえることで差の考えを引き出し、単位量あたりの考えとの比較を行うことで「1あたり」にそろえることの有用性を感じられるようにした（手だて①）。

	A室	B室	C室	D室
たみぬの数(まい)	16	16	12	15
子どもの数(人)	8	4	4	7

A, B たみぬの枚数が同じ
B, C 子どもの人数が同じ
A, C, D 差が8で同じ

【資料6】数値設定

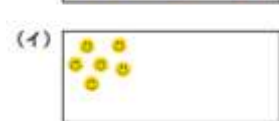
授業のはじめに、混んでいる場面を共有した後、同じ広さ・人数の図【資料7】を提示すると、見た目で判断が分かれた。そこで、実際に人を動かして確かめ、混み具合は同等であると理解した。そして、本時の問題である4つの部屋を図のみ提示し「自分ならどの部屋で過ごしたい」と問いかけると、「Aは人が多くてせまいからやだ」、「人が少なくて広いBがいい」、「見た目だけだと正確に比べられない」と答え、本時は部屋の混み具合について学習していくことを伝えた。どうやって比べていくかと問いかけると、絵図、数直線、関係図、式、といった考えが出たため、今まで学習してきた方法を使って比べていくよう伝えた。図を提示した際に、「見た目で分かる」といった子供がいたため説明するように促すと「AとBは枚数が同じだから人数が少ないBの方がすいている」と答えた。すると、「それならBとCは人数が同じだから枚数の多いBの方がすいている」という意見が出た。枚数や人数がそろっていれば比べられることを確認した後、そろっていないAとCやDの混み具合を考えていくことを確認した。個人追究では、【資料8、9】のようにスクールタクトを用いて量や人を動かしながら考えたり（手だて①）、立式で考えたりして混み具合を比較していった。

全体追究【資料10】では、C34「8枚あまるから同じになる」と差が等しければ混み具合は同じであるという誤りが表出された。また、図を動かしたり立式をしたりして比較しようとはしていても、それをどのように比較すればよいのかが分からないことがうかがえる。T36「全部8枚残るってことは混み具合は同じでいいの？」という発問（手だて②）からC41「枚数が全部ちがう」やC42「枚数～がある」のように部屋の人数や畳の枚数が違うことから比較できそうと考え始めた。そこから、子供たちはC45「人数が一番多いから」のように人数に着目し、残りの畳を分けていくと考えていた。C48「Aは～あまる」は、畳や人を動かすことができるようにしたことで（手だて①）式の意味を整理し、図を根拠とすることで（手だて②）差の考えからさらに分割していく、一人あたりを求めていることを説明した姿である。

その後、わり算の考えC56「Aは～あまり1です」に対してT57「式の意味分かる？」と問い返したが答えることができなかった。これは、何を求めている式なのかが分からないという本実践の問題点である。そこで図を使って説明するよう促す（T58）と（手だて②）、A59「こうやって」やC65「Dだけ～いい」のように式の意味を図と対応付けながら説明する姿が見られた。また、C65「1人何枚になってない」は、1人あたりにそろえるために余りをさらに分割し比較しようとした姿であるとうかがえる。

前述のT55「別の～かった？」という発問（手だて②）は差の考えからわり算の考えへの接続をねらった発問であった。しかし、この発問により子供の思考の停滞が見られた。また、T58「図を使って表してみよう」という発問により、子供主体の活動ではなく教師の指示となってしまった。立式の意味付けをさせたいという教師の意識が強すぎて子供の思考の流れを止めてしまったのである。ここでは無理やりわり算の考えを出させるのではなく、C48「Aは～あまる」やC54「2回～1人2枚」という考えについて図を使って表すことでさらにわり算への接続と意味理解が深まったのではないかと考える。

全体追究の際に、数直線を使った考えがあがらなかったため、数直線を使って考えている子供を意図的に指名し、数直線でも1あたりを表現することができることを確認した（手だて①）。さらに、1枚あたりについては子供の考えとしては出てこなかったため、教師が「 $8 \div 16 = 0.5$ 」の式を提示し、「この式は間違い？」と問いかけた。「間違いではない」と答えた子供に対して理由を問うと、図を使って説明しようとする姿が見られた。その際に人を半分にしようとしてできずに絵で描いて説明を行った。これは、1枚あたりの式の意味を図を使って表現しようとした姿である。次時に人を半分にすることができるようにしたものを提示するとAの1枚当たり0.5人を表すことができた【資料11】。また、1人あたりで用いた数直線を用いて、単位に注目して、1人あたりから1枚あたりに変わると1の位置が変わることに気づき、1枚あたりについても数直線を用いて表現することができた【資料12】。これは、1人あたりの考えから類推的に1枚あたりの考えを表現した姿である。A児の振り返りは【資料13】のようである。「わる数と～気を付ける」から、わる数とわられる数を入れ替えると求める1あ



【資料7】 混み具合について

A 16枚あたり8人



【資料8】 差の考え



【資料9】 A児 個人追究

- T33: どのように考えましたか？
C34: (【資料8】を提示しながら) 人を左側によせるとAとBとDはたたみが8枚あまるから同じになります。
C35: 式にするとAは $16-8=8$, Bは $16-4=12$, Dは $12-4=8$, Cは $15-7=8$ になります。
T36: A, B, Dは全部8枚残るってことは混み具合は同じでいいの？
C37: 数は同じだけど見た目が違う。
C38: Dが一番混んでいる。
C39: いやCじゃない？
T40: なんでそう思う？
C41: 枚数が全部ちがうから。
C42: 枚数と人数が大きいのと小さいのがある。
T43: 一度チームで話し合ってみて。
T44: どれが一番混んでいるの？
C45: 人数が1番多いからAだと思います。
C46: Aはあと1回しか配れなくて、Cはまだ2回配れて、Dは1回配れて1枚あまる。
T47: ということ？
C48: (黒板の図を使って) Aは8枚あまってそれを8人にわけるともう1回配れる。Cは4人だからあと2回配れる。Dは7人だから1回配れて1枚あまる。
T49: なるほど。式にするとどうなる？
C50: Aは $16-8=8$, $8-8=0$, Cは $12-4=8$, $8-4=4$, $4-4=0$, Dは $15-7=8$, $8-7=1$ です。
T51: この式は何を求めているの？
C52: 残った畳をわけていって、1人何枚になるかを求めています。
T53: ということ？
C54: Aは畳の枚数から2回人数をひいて0になったから1人2枚, Bは4回ひいたら4枚, Cは3回だから3枚, Dは2回ひいてあまりが1だから1人2枚でありあまりが1枚になる。
T55: なるほど, 1人何枚かをもとめて比べたんだね, 別のやり方で1人何枚かを求めている人いなかった？
C56: Aは $16 \div 8=2$, Bは $16 \div 4=4$, Cは $12 \div 4=3$, Dは $15 \div 7=2$ あまり1です。
T57: C56さんが考えた式の意味分かる？
【しばらく沈黙】
T58: 図を使って表してみよう。
A59: (【資料9】を提示しながら) こうやって畳が1人何枚使えるか求めています。
C60: Aは1人2枚, Bは1人4枚, Cは1人3枚, Dは1人2枚で1枚あまる。
T61: この式は何を求めているの？
C62: 1人のたたみの数だと思います。
C63: ひき算と同じでわり算でも1人何枚かを求めている。
C64: Dだけ余りがある。
C65: (畳を7等分にした図を提示しながら) Dだけあまりがあって1人何枚になってないから, あまりの1枚をさらに7等分して1/7にしたほうがいい。
C66: 小数にして2.144...だから約2.14枚。
T67: そうすると混み具合はどうなる？
C68: 1人のたたみの数が多い方がいいから, 一番いいのがBで次がC, その次がDが一番混んでいるのがAだと思います。

【資料10】 授業記録



【資料11】 1枚あたりの考え



【資料12】 数直線の活用

混み具合は(畳の場合) 枚数÷人数でも人数÷枚数でも求めることができる。
枚数÷人数=1人当たり
人数÷枚数=1枚当たり
わる数とわられる数を逆にしてもいいが, 式の意味が変わるのでそこに気を付ける。

【資料13】 A児 振り返り

たりが変わるという式の意味まで理解することができた。

実践1では、手だて①の数値設定により混み具合を比べるために、「1あたり」に必然的にそろえようとしたり、差の考えと単位量あたりの考えを比較したりする姿が見られた。また、図を動かしたり、図や数直線と式を結び付けて考えたりすることで、式が何を表しているのか、「何を1とするか」という立式の意味を明確に捉えることができた。手だて②で、式の意味を問いかけたり、図と結びつけるように促したりしたことで図・式・言葉を結び付けて図を根拠に説明する姿が見られた。一方で立式の意味付けをさせたいという教師の意識が強すぎて子供の思考の流れを止めてしまったという課題も見られた。

(2) 割合の3公式の導入「同じ濃さのジュースを作ろう」

本実践では、割合を「全体を1としたときの部分の大きさ」として捉えることをねらい、同じ割合（濃さ）のジュースを作る混合問題を扱った。まず、「半分」と捉えやすい数値設定を用いることで、「部分を0.5や $1/2$ 」と自然に表現し、「全体を1」と捉えることができる。そこから類推的に考え、他の場合においても「全体を1としたときの部分の大きさ」として捉える考えへとつながるような教材とした（手だて①）。

授業の導入【資料14】では、200mLの容器に原液を100mL入れたもの①、原液を80mL入れたもの②の実物を提示し、200mLまで薄めたときの濃さを予想するように伝えた。多くの子供は原液量の多い①の方が濃くなると考えており、ジュースの濃さを原液量の多少で判断する姿が見られた。次に、50mLや300mLの容器を提示しT16「同じ濃さ～ですか？」と問いかけた。C17「半分だから」、A18「ジュースの半分が原液」は全体量を基準として部分を捉えようとする見方の芽生えであると考えられる。ここでの半分だから簡単という感覚が全体を1とみる考えにつながる視点である。また、C20「原液が～わからない」は、割合としての表し方は分からないものの②と同じようにジュース全体のどれくらいかを考えている。そして、実際にスクールタクトの面積図を用いて「ミニコップ50mL、形を変えた200mL、形、量を変えた300mL」について②と同じ濃さのジュースを考える活動を行った。個人追究では【資料15】のようにジュースの半分にするという考えをもとにして図に表していった。

全体追究【資料16】で、子供の表した図に対してT25「量や～いる？」と問いかけると、図を用いてどれもジュース全体の $1/2$ になっていると説明した。また、T32「全体は？」という発問（手だて②）をきっかけに、C34「0.5～全体は1」のように「部分を $1/2$ (0.5) とすると、全体は1になる」と表し、「全体を1」として考える視点が明確になった。②を「半分」という数値に設定し図に表す（手だて①）ことで、「部分を $1/2$, 0.5」と自然に表現し、「全体を1」と捉えることができた。また、T32「全体は？」という発問（手だて②）により、C34「0.5～全体は1」やA35「どの図も～0.5」のように量や形が変わってもすべて「全体を1としたとき原液は0.5に当たる大きさ」であることを図を用いて説明することができた。その後、①のジュースでも、同じ考えを使って様々な量のジュースを作るように伝えた。子供たちはまず、①の場合だと原液の量がどれくらいになるかを考えていった。②のときとは違い割合が視覚的に判断できないことから手が止まっているA児に対しては「②の0.5は式でどうやって求めることができる？」と机間指導で助言をした。するとA児は「原液量÷全体」で求めることができることに気づき、図に表していった。

全体追究ではC43「全体が1で原液が0.4」やC46「原液÷全体の量」のように、②の考えから類推的に考え全体を1としたときの原液量は一定であり、割合は部分量÷全体量で求めることができることを見出すことができた。また、C51「②は～なる」のように図を用いることで（手だて①）立式で求めた0.5や0.4は全体を1としたときの部分量であることを視覚的に捉えることができた。T52「共通してることは何？」という発問（手だて②）に対するC53「原液÷全体が全部0.4」という立式の意味について、C54「全体と～関係」、A55「常に～0.4」、C56「同じ～一緒」のように「ジュース全体を1」とすると、原液量が「1のうちいくつか」＝割合として理解し、割合が同じだと濃さが一緒になることを図・式・言葉を対応させながら説明する姿が見られた。

その後、面積図から関係図、線分図へと表現を移行しながら、割合の意味を整理した。授業の終末には、実際に同じ割合でジュースを作る実演を行い、割合が同じであれば濃さも同じになることを確かめた。

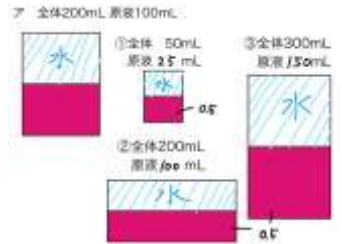
A児の振り返りは【資料17】のようである。「線分図～なる」から、図を用いたことで「ジュース全体を1」とすると、原液量が「1のうちいくつか」を視覚的に捉え、割合の意味を理解することができたことが分かる。

(3) 「単位量あたりの大きさ」と「割合」の商の解釈「ジュースの濃さを比較しよう」

「単位量あたりの大きさ」と「割合」は別の単元で行われている。その違いは、比較量÷基準量で出る商の解釈の違いである。本実践では、ジュースの濃さを比較する場面を通して、同じ除法で求めた商であっても、「単位量あたりの大きさ」と「割合」では意

T16: 同じ濃さのジュースを簡単に作れそうなのは②と④のどちらですか？
C17: 半分だから②のほうが簡単。
A18: ②はジュースの半分が原液だから作りやすい。
T19: ④はどうして難しいの？
C20: ④は原液がジュースのどれくらいかわからない。

【資料14】授業記録



【資料15】A児 個人追究

T25: どれも量や形が違いうけど本当に②と同じ濃さになっている？
C26: どれも半分だから同じ。
C27: 量と形が変わっても全部半分になれば同じ濃さになる。
T28: 半分ってどういうこと？
C29: 原液の量が $1/2$ 。
C30: 原液は0.5になる。
C31: (図を指して) どれもジュースの全体の $1/2$ になっている。
T32: 半分为0.5、 $1/2$ と考えると全体は？
C33: 原液が0.5だから全体は1。
C34: (図を指して) ここが0.5、 $1/2$ で2つ分だから全体は1になる。
A35: 量と形が変わってもどの図も全体が1で原液が0.5になっている。

T40: どうやって同じ濃さのジュースを作りましたか？
C41: 全部原液が0.4になる。
C42: 原液が $2/5$ 。
C43: 全体が1で原液が0.4になる。
T44: 0.4はどうやって求めた？
C45: $80 \div 200$ で0.4。
C46: 原液÷全体の量。
T47: ②の0.5や④の0.4は何を表してるの？
A48: 全体の中の原液の量。
C49: 全体を1としたときの大きさ。
T50: どういうこと？
C51: (黒板の図を使って) ②は全体を1にすると原液の量は0.5になる、④は全体を1にすると原液の量は0.4になる。
T52: なるほど、量や形を変えた時に同じ濃さのジュースを作るときに共通してることは何？
C53: 原液÷全体が全部0.4になる。
C54: 全体と原液が同じ関係になっている。
A55: 量と形が変わっても常に全体が1で原液が0.5で0.4になっている。
C56: 同じ関係だから濃さが一緒。

【資料16】授業記録

割合が分かっていると全体の中の部分の量が求められることがわかった。また、割合とは全体を1とした時、部分が常にどのくらいを示すものだとわかった。線分図を使ったり絵を描くとわかりやすい。大きさや形が変わっても同じ割合なら同じことになる。

【資料17】A児 振り返り

味が異なることを理解することをねらいとした。何を「1」としているのかを図や数直線で表すことで、商の解釈の違いを視覚化できる教材を設定した（手だて①）。

授業の導入では、今までのジュースの問題を想起させた後、200mL の容器に 40mL の原液が入っているAと 300mL の容器に 45mL の原液が入っているBでどちらのジュースが濃いかという本時の問題を提示した。個人追究では、 $200 \div 40 = 5$ （原液を1としたとき全体は5にあたる大きさ）や $40 \div 200 = 0.2$ という同じ式に対して、「全体を1とした割合」「1mL あたりの原液量」といった異なる意味付けが混在する姿が見られた。【資料 18, 19】のように既習の関係図や数直線など式と図を対応させながら考える姿が見られた。

全体追究【資料 20】では、まず「割合」の考えを用いた $200 \div 40$ と $40 \div 200$ の式の意味について考えていった。T11「何を表してるの？」と発問したところ、C12「原液を1としたとき」やC16「全体1あたりの原液の量」のように既習事項からその商が何を表しているのか考えることができた。また、C14「線分図にすると」のように、線分図を用いることで「何を1にするのか」を視覚的に捉え（手だて①）、求めた商の結果からどちらが濃いかを図と対応させながら（手だて②）説明することができた。

次に、C19「全体～0.2mL」のように同じ $40 \div 200$ の式で単位量あたりの考えを取り上げた。C24「Aは～になる」のように単位量あたりの式について数直線を用いて（手だて②）説明した。線分図や数直線を用いて商の意味を説明する姿や、T27「同じ式～同じ？」という発問に対するC28「単位量～くる」から子供たちは商の解釈には「単位量あたりの大きさ」と「割合」の2つがあることを捉えることができたことがうかがえる。

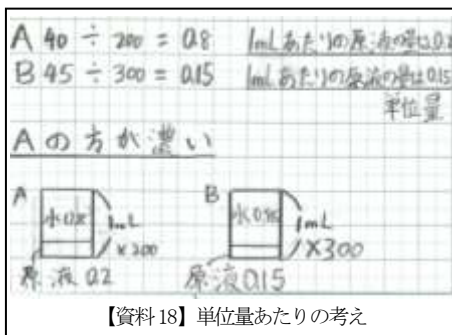
最後に、「単位量あたりの大きさ」と「割合」はそれぞれ何を表しているのかと問いかけた（手だて②）。C33「割合～200でわる」やA34「数直線～違う」のように数直線図を用いて比較（手だて②）することで、C35「割合～表している」のように「単位量あたりの大きさ」は「1あたりの」量を求めていて、「割合」は「1としたとき」の関係を表していると見出すことができた。

A児の振り返りは【資料 21】のようである。同じ式でも商の解釈には「単位量あたりの大きさ」と「割合」の2つがあり、それぞれの式の意味を理解できたことが伺える。

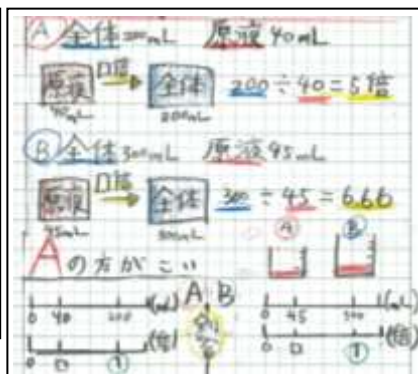
実践3では、手だて①で商を比較する場面をつくり、数直線を用いて「単位量あたりの考え」と「割合の考え」をかき分けることで、同じ式や答えであっても、基準量が異なれば意味が変わることを視覚化し理解につなげることができた。また、手だて②で商の解釈について考えるよう問いかけを行い、それに対して言葉だけでなく、整理した数直線や線分図をもとに説明することができた。この実践を通して、子供は商を単なる計算結果としてではなく、「何を1としたときの量なのか」を意識して解釈し、状況に応じて比較の視点を選択するようになったと考えられる。

（4）基準量と比較量を正しく捉えた割合の意味理解「25%増量キャンペーン」

本時で扱った問題は「あるお店のロールケーキのクリーム量は普段 100g です。キャンペーンでクリームを 25%増量しました。キャンペーンが終わり、もとの量に戻すためには何%減らせばよいでしょう」という場面である。「25%増やしたのだから、もとに戻すためには25%減らせばよい」という子供にとって誤った考え方が生まれやすい問題場面を設定し、基準量と比較量の関係を整理していく必要感をもたせる。そして、数直線や線分図を用いることで「1」を視覚化し（手だて①）、図を用いることで立式や数量関係の意味を説明することができると考えた（手だて②）。



【資料 18】単位量あたりの考え



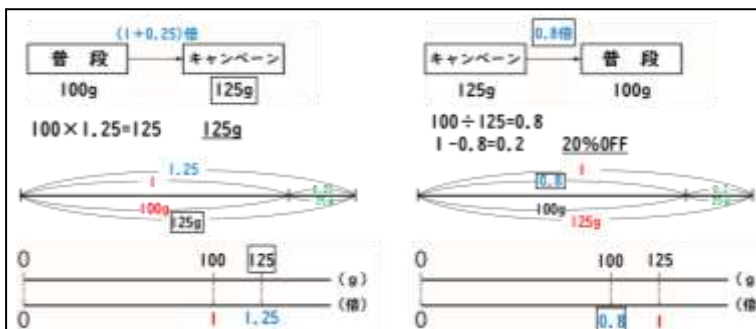
【資料 19】A児 個人追究

- T9: どちらが濃いと言えるでしょうか？
A10: Aは $200 \div 40$ で5, Bは $300 \div 45$ で6.66…になるからBの方が濃いとおもいます。【資料 19】
T11: この式の5や6.66は何を表してるの？
C12: Aは原液を1としたとき全体が5で, Bは原液を1としたとき全体が6.6になる。
C13: なんでAの方が濃くなるの？
C14: (線分図を映して) 線分図にすると原液を1としたときにAは全体が5, Bは全体が6.6だからこうなる。この部分は水だから原液の量が同じでもAの方が薄めている量がすくないから濃くなる。
Cn: あー。
T15: 他にはどんな比べ方をしましたか？
C16: 全体1あたりの原液の量を求めるとAは $40 \div 200$ で0.2, Bは $45 \div 300$ で0.15で全体1あたりの原液の量が多いAの方が濃くなると思います。
C17: (線分図を映して) この式を線分図にするとこうなります。どちらも全体を1とすると, Aは0.2でBは0.15だから原液の量が多いAの方が濃い。
T18: C19さんはどうやって考えた？
C19: 式はC16さんと同じだけど, Aは全体1mLあたり原液の量が0.2mL, Bは1mLあたり0.15mLだからAの方が濃いと考えました。【資料 18】
C20: そういうことか。
T21: どういうこと？
C22: 割合じゃなくて単位量あたりでやってる。
T23: くわしく教えて？
C24: (数直線を映して) Aは全体が200mLの時に原液は40mLで全体1mLあたりを求めているから数直線に表すとこうなって, 1mLあたりをもとめると0.2になる。
T25: 割合を数直線で考えた人はいら？
C26: (数直線を映して) Aは全体が200mLで1とすると40は0.2に当たる大きさだからこうなる。
T27: なるほど, 同じ式と答えだけ意味は同じ？
C28: 違う。単位量あたりなのか割合の1あたりなのかで変わってくる。
T29: じゃあそれぞれ何を表してるの？
【3分間個人で考える】
C30: 割合は全体を1にしたときに0.2にあたる大きさで, 単位量あたりは全体が1mLあたり原液は0.2mLになる。
C31: 割合は何かを1にしたときにそこからみてどれくらいに当たる大きさかで, 単位量あたりは割合と違って単位で見たときにどうなるか。
C32: 数直線を見ると割合はmLと倍で単位量は原液と全体で比べている。
C33: 割合の方は上が何倍になっているかを求めて1の何倍かを求めている。単位量あたりは全体1mLあたりを求めるために200でわるから原液も200でわる。
A34: 割合は全体を1としたときに□にあたる大きさで単位量あたりは全体1mLあたり原液は□mLだから数直線で求める□が違う。
C35: 割合は全体を1って仮定したときにその全体から見てどのくらいに当たる関係かで, 単位量あたりは1mLって言う単位で見たときにどのくらいか量を表している。

【資料 20】授業記録

同じ式と答えでも割合で求めているのか単位量あたりかでちがう。数直線にすると何を求めているのかが変わりやすくなった。割合は関係で単位量あたりは量を比べていることがわかりました。

【資料 21】A児 振り返り



【資料 22】図の活用

授業ではまず初めに、25%増量の問題を提示した。すると、子供は前時の割引の問題から類推的に考え 25%増量したクリームの量を求めることができた【前頁資料 22】。そこで T27「キャンペーンが終わりました。戻すためには、何%減らせばいいのでしょうか」と発問をすると子供は C28「25%増えたんだから、25%減らせばいい」と答えた。実際に 25%減量するともとの 100g に戻らないことから子供の中で C34「何%減らせば～もどるの？」のように「なぜ戻らないのか」という疑問が生まれた。「25%増やしたのだから、元に戻すには 25%減らせばいい」という誤った考えから、基準量と比較量、割合が表している数値の意味を考える必要感が生まれた。

「何%減らせばもとに戻るのか」という課題に対して C38「もとに～なる」のように関係図を根拠に基準量が変わったことを示し立式の意味を説明することができた。T39「25%～いいの？」という発問（手だて②）に対して、C42「125g を 1 とすると」や A43「増やし～いる」のように図【前頁資料 22】（手だて①）を用いることで視覚的に「1」を捉え、それを根拠に増量時と減量時で基準量が異なることを説明することができた。また、C45「1 の位置～変わる」から基準量の「1」が動くことで基準量と比較量の関係が変わるというように割合が表している数値の意味を明確に捉えることができた。これは、増量と減量を同一の数直線で扱うのではなく、基準量の異なる場面として分ける（手だて①）ことで、割合が常に一定の数ではなく、基準量との関係で意味をもつ数量であることに気付くことができた姿である。子供は割合を単なる計算手続きとしてではなく、基準量と比較量の関係を表す数として捉え、基準量が増えることを図と式で対応させながら整理することで、割合の意味を構造的に理解することができたと考える。

A 児の振り返りは【資料 24】のようである。「1 が～しまう」や「何が～思った」から同じ割合でも「何を 1 にするのか」基準量が変われば比較量の大きさが変わり、基準量と比較量を正しく捉えることが必要であると考えたことがうかがえる。

4 研究の成果と課題

手だて①について、「何を 1 とするか」が必然的に意識される教材を設定し、図を活用して「1」を視覚化したことで、形式的な数量処理にとどまらず、基準量に着目して数量の関係や立式の意味を明確に捉えようとする姿が見られた。実践 1 では、「1 人あたり」「1 枚あたり」など基準をそろえる必要のある教材を扱い、絵図や数直線を用いて、どの量を 1 として比較しているのかを視覚的に捉える姿が見られた【資料 9, 13】。実践 2 では、「半分」という場を仕組んだことにより「部分を 0.5」と自然に表現し、そこから「全体を 1」と捉えることができた。その際、図を用いることで「全体を 1 としたときの部分の大きさ」を視覚的に捉え、量や形が変わっても同じ割合であれば同じ濃さになることを見出すことができた【資料 15, 17】。実践 3 では、「単位量あたりの大きさ」と「割合」の商を比較し、数直線や線分図を用いることで、「何を 1 とするか」によって同じ式でも意味が異なることを理解することができた【資料 19, 21】。実践 4 では、増減の場面で誤りが生じやすい課題を設定し、線分図や数直線を用いて基準量の変化を整理することで「何を 1 とするのか」を明確にする姿が見られた【資料 23 (A43), 24】。

手だて②について、図・式・言葉を対応付けて説明する活動を繰り返し行ったことで、立式の意味や数量関係を筋道立てて説明する姿が見られるようになった。実践 1 では、スクールタクトの上の図を用いて式の意味を説明する姿が見られた【資料 10 (A59)】。一方で立式の意味付けを重視しすぎたことで子供の思考の流れを止めてしまうという課題も明らかになった。実践 2 では、関係図をもとに立式を行い、理由を問う発問によって、数直線や線分図を用いて式が何を表しているのか、何を 1 としているのかを説明する姿が見られた。また、図と式を対応させて考えたことで、求めた割合が「全体を 1 としたときのいくつ分」を表していることや、割合が一定であれば濃さも同じになることを、図を根拠に説明することができた【資料 16 (A35) (A55)】。実践 3 では、商の解釈の違いについて数直線図や線分図を用いて説明することができた【資料 20 (A34)】。実践 4 では、「25%増やしたのに、減らすときは 20%でよいのか」という発問から基準量が変わると比較量も変わることを関係図や線分図、数直線を用いて説明する姿が見られた【資料 23 (A43), 24】。

以上より、手だて①、②は有効であったと言える。したがって仮説の妥当性が実証できた。

5 おわりに

本研究では、「何を 1 とするか」という基準量の視点を軸に、図・式・言葉を結び付けた授業づくりを行った。基準量を明確にすることで、子供は数量の関係を構造的に捉え、式の意味を理解しながら説明しようとする姿を見せた。これらの姿は、数量関係の理解を支える基盤として、「1」を意識することの重要性を示している。今後も、数量を扱う学習において「1」の捉え方に着目し、図や数直線を活用しながら、子供が自ら考えを説明できる授業づくりを継続していきたい。

T27: キャンペーンが終わりました。戻すためには、何%減らせばいいのでしょうか？
 C28: 25%増えたんだから、25%減らせばいいと思います。
 C29: 同じだけ減らせば戻るはず。
 T30: じゃあ、25%減らすとどうなるか、計算してみましょう
 C31: 125×0.75 は 93.75g。
 C32: $125 - 31.25$ で、93.75g。100g に戻らない…。
 T33: 25%増量して 125g になったはずなのに 25%減らしてももとに戻らないね。
 C34: じゃあ何%減らせばもとの 100g にもどるの？
 T35: では、どうすればもとに戻るのか考えてみましょう。
 T36: どのように考えましたか？
 C37: $100 \div 125 = 0.8$ $1 - 0.8 = 0.2$
 20%減らせばいいと思います。
 C38: 関係図にするとキャンペーンの時からもとに戻っているからもとにする量がキャンペーンの時の 125g になる、くらべる量はもとに戻した 100g になる。
 T39: 25%増やしたのに、減らすときは 20%でいいの？
 C40: 1 としてるものが違う。
 T41: ということ？
 C42: 線分図にすると 125g を 1 とすると 100g は 0.8 で減らすのは 0.2 で 20%になる。
 A43: 数直線にすると増やしているときは 100g を 1 としていて、もとに戻すときには 125g を 1 としている。
 C44: 100 の 25%は 25g で 125g の 25%は 31.25 だから量が変っちゃう。
 C45: 同じ形の線分図と数直線だけど 1 の位置が変わると関係が変わる。

【資料 23】授業記録

25%増やしたから 25%へらせばいいと思ったけどじつさには 20%へらさないといけない。1 が 100g の 25%は 25g で、1 を変えたと 125g の 25%は 31.25 で多くなってしまう。もとにする量がちがったら同じ割合でも比べる量が大きくなったり小さくなったりすることがわかりました。何が 1 になるのかを考えるのが大切だと思った。

【資料 24】A 児 振り返り