

単組番 号	単組名 蒲 郡	蒲郡市立蒲郡中学校	マキハラ ヨシキ
			名前 牧原 佳希
分科会番号	4	分科会名	数学教育 (数学)

研究題目

身近な問題に粘り強く取り組み、 仲間との対話を通して解決できる生徒の育成

ー中学3年「真日はいつも一つ!?カレンダーの秘密 (二次方程式)」の指導を通してー

1. 主題設定の理由

本学級(男17名 女14名 計31名)は、単元「式の展開と因数分解」や「平方根」では、計算練習をたくさん行い、基礎的な問題が解けるようになろうと意欲的に取り組む生徒が多かった。また、仲間同士でわからない部分を共有する機会を増やすことで、数学が得意な生徒は説明し、苦手な生徒は教えてもらい、互いに基礎学力が定着するよう粘り強く取り組んできた。また、道徳の授業では、ICT機器を活用し仲間の考えを共有したことで、主発問について「なんでそう思った?」と会話が生まれ、グループ活動を活発に行うことができた。

本単元では、生徒が普段目にするカレンダーを使い、日付を当てるクイズに挑戦させる。導入で、カレンダーの中から生徒が頭に思い浮かべた日付を教師が瞬時に答える場面に出会わせる。生徒たちは「どうして日付を特定できたのか」と疑問に感じ、追究を始めるだろう。授業ごとの生徒たちの困り感をつなげた授業を展開することで、粘り強い追究を支えていく。自分たちが作った問題を解き合う中で、解くことができない問題はICT機器を用いて共有し、数学が得意な生徒と苦手な生徒によって編成したグループで対話することによって、困り感を解決できるようになることを願う。そこで、研究主題を「身近な問題に粘り強く取り組み、仲間との対話を通して解決できる生徒の育成」として、本研究に取り組むこととした。

2. 研究の方法

(1) 目指す生徒像

こんな生徒を

- ・「式の展開と因数分解」や「平方根」の基礎的な計算問題には意欲的に取り組めた。
- ・わからない問題があるときには仲間のアドバイスを聞き最後まで解こうとする。

こんな生徒に

- ・身近なものにひそむ謎に疑問をもち、数学の問題に対して粘り強く解決しようとする。
- ・ICT機器で考えを共有し、グループで仲間との対話を通して問題を解決することができる。

(2) 研究の仮説

目指す生徒像に迫るために、次のように仮説を立てた。

- 仮説Ⅰ 身近なものにひそむ謎に疑問をもち、生徒の困り感をつなげる単元を構想すれば、問題に粘り強く取り組むことができるだろう。
- 仮説Ⅱ 生徒の考えをICT機器で共有する場や、話し合うグループを工夫すれば、仲間との対話の中で問題を解決することができるだろう。

(3) 研究の手だて

Ⅰーア 身近なものを題材にした単元構想の工夫

導入で、生徒とカレンダーの日付当てクイズを行い、教師が言い当てる姿を見せる。それを見た生徒たちはなぜ当てることができたか疑問に思うだろう。そして、数学的な見方をもって考える中で二次方程式に出会うだろう。立てた方程式をこれまでの知識・技能を用いて考え、問題を解決できるよう粘り強く取り組む姿に期待する。

Ⅰーイ 生徒の困り感をつなげるためのふり返し

毎授業ふり返しを蓄積して生徒の困り感を把握する。ふり返しで出た生徒の困り感を起点として授業でつなぐことで、問題解決のため粘り強く取り組む姿に期待する。

Ⅱーア 生徒の考えを共有するためのICT機器の活用

ICT機器を活用し考えを共有し、話し合いを円滑にする。対話の中から、問題に対する解決の方法を見つける姿に期待する。

Ⅱーイ 問題を解くための小グループ編成の工夫

小グループを数学が得意な生徒と苦手な生徒(思考・判断・表現から担任が判断)が一緒になるよう意図的に編成する。解法や分類分けで困った時に対話を通して、問題を解決する姿に期待する。

(4) 抽出生徒について

生徒 A は、基礎的な問題が得意で授業では積極的に発言することが多いが、文章の問題というだけであきらめてしまう。しかし、解けた時の達成感を楽しんでいると言っていた。そこで日常生活の中にあるカレンダーを題材にすることで、問題に取り組みやすくする。困り感をもった時には、全体の問題として取りあげ解決していくことで粘り強く取り組む姿を支える。また、考えを共有するために ICT を活用し、意図的にグループを編成し仲間とともに問題を解決していく姿に期待する。

3. 研究の実際

(1) 単元構想 (全7時間)

先生が日付をすぐ当てられたのはどうしてだろう①

6月20日を基準にして両隣の日付をかけると $19 \times 21 = 399$ になるけど、どうして先生は「ある日の両隣をかけると 399 になる」という条件だけですぐに日付が分かったのかな？

自分たちにもできないかな？問題を作ってみよう

カレンダーの日付を当てる問題を作ってみよう②

先生の問題は両隣の数字をかけてたから、自分は真上と真下の数字をかけてみよう

ある日付を x とすると式は作れそうだけど、途中からどう計算したらいいかわからないな

どれが解けてどれが解けないのか分けてみたい③ (本時)

$x = \bigcirc$ の一次式の形にできると簡単に解ける

自分の式は $ax^2 + bx + c = 0$ の形になったよ

$x^2 = \bigcirc$ の形はどうやって解いたらいいのかな

これだと平方根の考え方が使えないな

平方根の考え方を使えば解けるよね

x^2 と x がある場合にはどうやって解くのかな

どんな問題でも日付を当てられるようになりたい

カレンダーの日付を当てる方法を考えたい part 1 ④

決めた日付の左右の数字をかけると $\bigcirc$ になる
 $\rightarrow (x-1)(x+1) = \bigcirc \rightarrow x^2 = \bigcirc$ の形

決めた日付の左右の数字を 2 乗して足すと $\bigcirc$ になる
 $\rightarrow (x+1)^2 + (x-1)^2 = \bigcirc \rightarrow ax^2 = \bigcirc$ の形

$ax^2 = b$ の式なら両辺を a でわってから平方根の考え方を使えば解けそうだね

問題を変えて、見つける日付と真上や真横などの条件を変えれば色々な計算パターンができるね

カレンダーの日付を当てる方法を考えたい part 2 ⑤

決めた日付の右上と右下の数字をかけると $(x-6)(x+8) = \bigcirc \rightarrow (x+a)(x+b) = 0$ の形

作った問題の答えはすべて整数になったけど分数や少数、ルートが出てくることはないか

まだ解いていないパターンの二次方程式を解いてみたい⑥⑦

解がルートや整数ではないパターンの二次方程式も解けるんだね

これでどんな二次方程式でも解けそうだ！！

(2) 研究の実践

①日付当てクイズと出会い試行錯誤して考える生徒A(第1, 2時)【手だてIーア・イの検証】

第1時の導入で、「先生にだけできるカレンダーを使った日付を当てるマジックやるね」と言い、代表生徒にある日付を決めさせ、それを生徒間だけで共有するように伝えた。続いて、代表生徒には決めた日付の両隣の数字だけかけ算をして担任に伝えさせた。両隣の数字とは、20日を選んだ場合19日と21日のことである。今回生徒が出した積は399だったので、すかさず「決めた日付は20日だね」と答えた。すると、生徒たちからは歓声があがり「なんで?」「絶対トリックがあるって」などの声が上がった。数学が好きな生徒からは「なんでわかるのか考えたいので時間をください」と言われたので考える時間をとった。399を素因数分解して考えたり、月の真ん中である15日の両隣である14日と16日の積が224であることから15日以降になりそうと予想を立てたりして考える生徒がいた。試行錯誤しながら考えたが、先生のスピードで答えを導くためには文字で計算したほうが早くできそうと気づいた生徒もいた(資料1)。文字で考えたほうが早く答えられると気づいたが、そこから答えを導く方法には至らなかった。そこである生徒が、「他の問題で解いてみたら、方法が見つかるかもしれないから他の問題ありませんか?」と聞いてきた。

「他の問題は用意してないよ。自分で作れそうかな?」と問い返すと「作ってみます」と問題作りに取り掛かり始めた。そこで第2時では生徒Aの「次は、斜めとか上下でも計算できるような問題を作ってみたいです。」(資料2)というふり取りを取り

上げ自作問題を作ってみることにした。第2時の始めに生徒Aのふり取りを紹介した。すると、左右の日付だけでなく上下や斜めでもできると気づき様々な問題を作ろうと取り組む姿が見られた。中には確率や一次関数と絡めた問題まで考える生徒がいた。どうしたら仲間と違う問題を作ることができるか楽しんで考える生徒が多かった。様々な方法で問題を作った後には、まず自分で作った問題を解いてみることにした。実際に問題を解いてみると、既習内容を使って解ける問題はあるが、難しくした問題は解く方法がわからないと気づいた。生徒Aはここで初めて二次方程式と出会った(資料3)。 $x^2=A$ となるような問題は平方根で習ったことを利用して解けることに気づいた生徒は多くいた。問題を解くために立式していくと教師が授業の導入で披露したマジックのトリックに生徒たちがたどり着き始めた。立式すると二次方程式になっているという秘密にたどり着いたが、式の形が $x^2=A$ にならないと解けないことにも気づいた。そこで、次の授業では、生徒Aの「全ての問題を解けるようになりたい」という対話を取り上げ、今解ける問題と解けない問題を分けて整理してみることにした(資料4)。

生徒たちにとって身近なカレンダーを題材に導入を行ったことで、問題に取り組もうとする意欲を喚起することができた。また、単元の導入でカレンダーの日付を当てるクイズを披露したことで、生徒の気持ちをひきつけ、解決したいと思いをもちさせることができた。そこから、解決するために自分で問題を作ってみようとする主体的に考える態度にもつながった。カレンダーを題材にした問題を解いていく中で、解ける問題や解けない問題があることで、どうしたら解けるようになるのか気になり、ふり取りに書く

真日はいつも一つ!? ふり取り①

＊わかったこと・わからなかったこと・次こうしたい など
ゴリゴリ計算で問題は解けるけど、数字とか問題が変わったら解けるかどうか微妙だと思った。やっぱり、文字にして計算したらどの問題にも対応できそうだと思った。

資料1 第1時の生徒のふり取り

真日はいつも一つ!? ふり取り①

＊わかったこと・わからなかったこと・次こうしたい など
ゴリゴリ計算で解けない問題はあるけど、ある規則を見つけると簡単に問題が解けるようになることがわかった。次は、斜めとか上下でも計算できるような問題を作ってみたいです。

資料2 第1時の生徒Aのふり取り

真日はいつも一つ!? カレンダー問題集

1 9月のある日の左右をかけた時483になる。

$$(x-1)(x+1)=483$$

$$x^2-1=483$$

2 10月のある日の上下をかけると435になる

$$(x-7)(x+7)=435$$

$$x^2-7=435$$

3 1月のある日の左右を足すと52になる

$$(x-1)+(x+1)=52$$

4 10月のある日の左右をかけると60になる

$$(x-1)(x+1)=60$$

$$x^2-1=60$$

資料3 生徒Aが作った問題

生徒A: $x^2=A$ の形なら平方根を使って解けるよね。

生徒B: x^2 と x が両方残ってる式はどうやって解いたらいいのかな?

生徒A: 両方残ってる式も含めて全ての問題が解けるようになりたいね。

教師: じゃあ、次はどれが解けない式か考えてみよう。

資料4 生徒との対話

生徒が多かった。そこから、ふり返りを授業の冒頭で共有したことで、前時に追究してきたことを繋げ生徒たちの教師の見せたクイズの秘密を解き明かしたいという思いを継続させていくことができた。以上のことから、身近な題材を中心に単元構想を始め、ふり返りを繋げていくことで生徒たちの粘り強く取り組もうとする態度につながったと考えられる。

②ICT 機器を活用し、小グループでの対話を元に追究する生徒A(第3時)【手だてⅡーア、イの検証】

第3時では前時のふり返りにあった解ける問題と解けない問題を分けて考えたいという生徒の思いからスタートさせた。解けない問題を明確にし、その理由を明らかにする姿に期待した。授業の始めに、分類分けの基準をわかりやすくするために6人の問題と式をピックアップし、それぞれの方程式にどんな特徴があって、解くことができそうか全体で話し合う時間を設けた(資料5)。平方根の考え方で答えが出せる二次方程式の問題や、立式すると一次方程式になっている問題、今の段階では解けない二次方程式になる問題を選んだため、方程式の種類とその解き方にもとづき解ける解けないを判断できた。解けない問題は二次方程式を使う問題に絞られた。そこで意図的に編成した班に分かれ班の中ですべての問題について解ける解けないを判断していくことにした。迷った時に根拠をもって分類分けできるように班編成は数学が得意な生徒と苦手な生徒が同じ班になるように編成した。また、対話しながら右から左にスワイプするだけで分類分けができるロイロノートのシートを使って行った(資料6)。

班の中で対話が行いやすいようタブレットは班に一台だけとした。班に分かれて考え始めると、対話して判断する姿が見られた。得意な生徒が苦手な生徒に対して「この式は移行して、両辺を同じ数で割ったら平方根の形になるよね」「この式は整理すると一次方程式になるから解けるね」と理由を説明しながら解ける解けないを判定することができた(資料7)。苦手な生徒も、簡単な平方根の式や一次方程式の式という基準をもつとともに、複雑な式では得意な生徒にどうしてそうなるのか聞く姿が多かった。各班が関わり合い、分かるまで説明し合う姿が見られた。

「解けそうな問題も結構あるけど、 $x^2 + ax + b = 0$ の形はまだ解けなさそうだね」と対話し、生徒Aは解ける問題と解けない問題がはっきりしてきた(資料7)。解けない問題がはっきりしたため、二次方程式を解いて答えを出せるようにしたいとふ生徒Aはふり返りに書いていた(資料8)。そこで次時では、二次方程式の解法について考えていくことにした。

教師：どの問題なら解けそう？

生徒A：Bさんの問題なら解けそう！

生徒C：まずは式を整理して左辺に x^2 を右辺に残りの数字をもってこればいいと思う。

教師：この後は？

生徒D：2乗の形だから平方根で考えれば答えが出てくると思います。

資料5 生徒との対話



資料6 分類分けのためのシート

生徒A：①の問題は $x^2 = A$ の形になってるから解けそうだね。でも、②の問題は $x^2 = A$ の形にならないから解けないのかな。

生徒B：いや、②の式は、移行して両辺を同じ数で割ったら平方根の形になるよ。

生徒A：ほんとだ、じゃあ②も解けるんだね。③は？

生徒C：③は整理すると一次方程式になるから解けるね。

生徒B：でも、 $x^2 + ax + b = 0$ の形はやっぱり分からないね。

生徒A：なるほどね。解けそうな問題も結構あるけど、 $x^2 + ax + b = 0$ の形はまだ解けなさそうだね。自分で解けそうな式の形がなんとなくわかってきたよ。

資料7 生徒同士の対話

真日はいつも一つ！？ ふり返り③

*わかったこと・わからなかったこと・次こうしたい など

・ $X^2 + AX = B$ のような式の時が出るときに解くことができないことがわかりました。次は、このような式の時にどのように解くのかということについて考えていきたいです。また、そのを解き方を使って今解けない問題を解いてみたいです。

資料8 第3時の生徒Aのふり返り

ICT 機器を活用して左右にスワイプするだけで仕分けることができたため、対話が円滑になった。また、班編成の工夫を行なったことによって、一人では分類分けできないところも教えてもらうことで解ける問題と解けない問題を明らかにすることができた。そして、自分の解ける問題と解けない問題がはっきりしたことで次の時間には解けるようにしたいと意欲的な思いをもたせることができた。

③仲間と相談しながら二次方程式の解法を追究する生徒A(第4～7時)【手だてⅡーイの検証】

前時の生徒Aの解けない問題を解けるようにしたいという思い(資料8)を取り上げ $ax^2 = b$ や $x^2 + ax + b = 0$ 、 $ax^2 + bx + c = 0$ などの二次方程式の解き方について追究していくことにした。まずは、 $ax^2 = b$ の式の形について話合った。前時に分類分けした時の班での対話から、両辺を a でわり、平方根をとって答えを出すことができると生徒Aは答えることができた(資料9)。班編成を工夫し、教えてもらったことが定着していた。次には、解けなかった二次方程式について解き方をおさえていった。作った問題から出てくる式のパターンでは、答えが全て整数になってしま

うため、二次方程式の解き方をおさえるのには限界があった。そこで、「作った問題の答えは全て整数になったけど、答えが分数やルートになることはないかな」と投げかけ、分数やルートが答えになる式、解の公式などの解き方については教師から伝えた。二次方程式の解き方を全ておさえると「今の状態でもう一回問題作って解いてみたいです」と生徒Aがふり返り(資料10)に書いたため、各自で日付を当てる問題を作り班編成された仲間と解き合う時間を設けた。また、二次方程式を解くことができるように意図的な班を組み、解けるようになるまで教え合いを行ったことで二次方程式の解き方が身につく、仲間の問題も解こうと必死になる姿も見られた(資料11)。生徒同士の会話や授業のふり返りから、初めは問題に難色を示していた生徒Aだったが、二次方程式について学び、解の公式が使えるようになったことで問題にも前向きに取り組むようになったことがわかる(資料12)。仲間に教えてもらったことで、解けない問題にも粘り強く取り組むことができ解くことができた。班編成の工夫が、二次方程式の解法を定着させ、問題にも意欲的に取り組もうとする姿勢につながった。

二次方程式の解法を学び、仲間の問題を解く経験をしたことで生徒たちの文章から立式をする力や、問題にも粘り強く取り組もうとする力を伸ばすことができた。初めは問題や二次方程式の解き方が難しいと感じている生徒が多かった。しかし、意図的な班編成を行ったことで、分からない問題を仲間に教えてもらう時間を設けられた。仲間の問題を解こうと意欲的になり、分からないことは教えて

教師： $ax^2 = b$ の形はどうやって解く？

生徒A：両辺を a で割ってから平方根で考えれば解けると思います。

教師：そうだよね。今日は前回で分かったまだ解けない問題を解いてみよう。

資料9 授業内の生徒Aとの対話

真日はいつも一つ！？ ふり返り④

二次方程式の解き方がわかって色々な問題を答えることができた。今の状態でもう一回問題を作って解いてみたいです。

資料10 第6時の生徒Aのふり返り

生徒A：④の問題解けた？

生徒B：④の問題は因数分解できるから、因数分解してあげると答えが出せるよ。

生徒A：そうか、因数分解して0になるような x を見つければいいね。

生徒C：⑤の問題はどう？因数分解できないんだけど…

生徒A：解けない時は、解の公式使ってみるといいんじゃないかな。

生徒B：そうだね、⑤は解の公式使えば解けると思うよ。

生徒A：文章問題って苦手意識あるけど、解き方わかると解けるもんだね。

資料11 生徒同士の対話

真日はいつも一つ！？ ふり返り④

*わかったこと・わからなかったこと・次こうしたい など

この授業が始まった時、何をどうやってやれば良いのか分らず、難しいと思っていました。解き方を学んでみると思ったよりかは難しくなかったです。改めて作った問題を解いてみると前まで出来なかったのが嘘のように出来ました。それでも時間がかかってしまうので問題を沢山解いて計算が早く出来るように頑張りたいです。二次方程式の解の公式を覚えていれば大体のものに当てはめて計算できることが分かったのもっと問題を解いて100%解けるようにしたいです。基礎もしっかり固めて応用問題にも慣れれていけるように頑張ります。

資料12 生徒Aのふり返り

もらったことにより、二次方程式の解法を理解することができた。生徒たちの「解けない問題を解けるようになりたい。」というふり返りを元に授業を進め、班を工夫し、対話する場をもったことが二次方程式の解法を身につけ問題を前向きに解こうとする姿につながったと考えられる。

4. 研究の成果と課題

(1) 仮説Ⅰについて

第1時では、教師が生徒の指定した日付を当てるマジックを披露した。生徒たちは何かトリックがあると思い、どんな秘密があるのか興味をもって追究を始めた。生徒の身近なものを題材にして単元をスタートさせることで生徒たちに、興味を持たせることができた。追究している中で、他のパターンも考えてみたいとつぶやいた生徒との対話を全体に広めたことで、問題を作ってみたいと意欲を喚起することができた。問題を作っていくと、人とは違う問題を作ろうとのめり込む姿が見られた。そして、作った問題を実際に解いてみることで、解ける問題と解けない問題があることに気づいた。そこから、分類分けをすることにより解けない問題が明白になり、解けるようになりたいと意欲的な思いを持たせることができた。その思いを最後まで貫き、二次方程式の計算方法を定着させることができた。また生徒の思いで単元を進めるために毎時間の始まりで前時のふり返りを発表させた。資料2や資料4を代表生徒に読ませ、生徒の思いから授業を始めることで、自分や仲間の困り感を解決しようと主体的に考える姿が見られた。さらに、そのふり返りをロイロノートで蓄積したことで、前時の自分と比較し新たに気づいたことやわかっていない部分を自覚させることもできた。そして、仲間のふり返りをいつでも見られるようにしたことで、自分になかった考えを見つけたり、自分の考えに自信をもったりした生徒が多かった。お互いの考えの共有ができたことで、解けない問題に対して粘り強く取り組もうとする姿が見られた。

単元を始める前は、問題に対して苦手意識をもつ生徒が多く、生徒Aも「文章が長いと考えることがごちゃごちゃしてわからなくなる」という思いをもっていた。しかし、単元の最後では、仲間の作った問題を解きたいと積極的な姿を見せる生徒が増え、生徒Aは「文章の問題を解くのに困ったけど情報を整理して文字に置けば解けるようになった」という思いをもった。このことから、身の回りにあるものを題材に用いて単元を構想しふり返りを繋げていったことは、問題に対して粘り強く取り組む生徒の育成に有効であったと考えられる。

(2) 仮説Ⅱについて

班に一台のタブレットを用意し会話しながら分類作業をできるようにした(資料13)。ロイロノートを用いることで右から左へスワイプして操作するだけで分類ができ、対話に集中することができた。さらに、これまでの授業の数学の思考・判断・表現から数学が得意な生徒と苦手な生徒が同じ班になるように班編成を行った。班編成を工夫をしたことにより、数学が得意な生徒は、解ける問題と解けない問題をどのように考えて分類したのか既習事項を根拠に説明していた。数学が苦手な生徒は、説明を受けながら分らないところはできるようにしようと粘り強く取り組む姿が見られた。さらに、教えてもらったことを活用して似た問題に挑戦し、自分で解けるようになった生徒もいた。また、文章の問題に対して苦手意識があった生徒も問題を解決できるようになったことで、次からも考えて解けるようにしていきたいと前向きな思いをもたせることができた。このことから、意図的に班を編成し、話し合いにICT機器を活用したことで、生徒が対話を円滑に行い、問題を解決していくことに繋がったと考えられる。



資料13 班で分類分けをする生徒A

(3) 今後の課題

生徒の身近にある題材をテーマにすることによって、文章問題への苦手意識を減らそうと考えたが、今回のカレンダーが本当に身近だったのか疑問である。本当に身近なものというと、ゲームやスマートフォンのようなもので単元構想を組めると良かった。しかし、二次方程式を絡めるとなると難しくなってしまったため、生徒自ら考えたい追究したいと思える単元を構想していきたい。

作業の効率化を図るためにロイロノートを活用した。しかし、ICTを活用することが目的になってしまい本当に必要だったか疑問に思う部分もあった。活用することによって作業が効率化されるだけでなく、数学的な発見ができるような活用方法を考える必要がある。これからの時代でICTの活用は必須になることが予想されるため、使うことで生徒の学習が深まる方法について考えていきたい。