

17	刈谷	依佐美 中学校	シミズ カズマ 清水 和馬
分科会番号	04b	分科会名	数学教育（数学）

数学を活用して課題解決することのよさを実感し、 数学的な根拠を基に思考・判断・表現できる生徒の育成 ～ 中学2年数学「場合の数と確率」の実践を通して～

1 主題設定の理由

TIMSS2023の調査結果から、日本の算数・数学の平均得点は世界トップレベルであり、「数学を勉強すると、日常生活に役立つ」の質問に対して「強くそう思う」、「そう思う」と回答した生徒は74%である。一方で、「数学を使うことが含まれる職業につきたい」の質問に対して「強くそう思う」、「そう思う」と回答した生徒は22%であり、「数学は私の得意な教科ではない」の質問に対して「そう思わない」、「まったくそう思わない」と回答した生徒は39%であった。本校で実施した学校アンケートの結果では、「数学の授業で学習したことは、将来、社会に出たときに役に立つ」の項目において、7割以上の生徒が「そう思う」、「どちらかと言えば思う」と回答している。

本学年の生徒は明るく、自己主張をする生徒が多い。授業においては仲間と活発に話し合う姿が見られ、教え合い活動を進んで進めることができる。しかし、数学に苦手意識をもっている生徒もあり、一方的に説明を聞くだけになっている場面も見られた。昨年度「データの活用」の単元では、体力テストのデータを基に、自らの学年の運動能力が全国的に比べて高いか低いかを考えた。表計算ソフト（以後、Excelと表記）を用いて、記録を入力し、度数分布表やヒストグラム、代表値を調べ、プレゼンテーション作成ソフトにまとめて、発表した。そこでも、協力して、入力作業を行うことはできたものの、結果から自分の考えをまとめたり、判断したり、伝え合ったり、数学を用いて議論する姿はあまり見られなかった。さらに、学力検査に取り組む様子を見てみると、記述問題に手を付けられていなかったり、論理的に説明することができていなかったりしている。

以上のことから、本校の生徒は、数学が生活に役立つと分かっているが、自ら数学を使うことには消極的な姿が見られる。確率の単元において、ICTを活用することで、数学を活用して課題解決することのよさを実感したり、意図的なペア活動、グループ活動の場を設定し、話し合うことで数学的な根拠を基に思考・判断・表現したりすることができることを考えた。そこで、研究主題を「数学を活用して課題解決することのよさを実感し、数学的な根拠を基に思考・判断・表現できる生徒の育成」とし、実践に取り組むことにした。

2 研究の方法

(1) 目指す子ども像

- 数学を活用して課題解決することのよさを実感できる生徒
- 数学的な根拠を基に思考・判断・表現することができる生徒

(2) 研究の仮説

仮説1

直観と実際に相違がある教材において、実験結果を視覚化すれば、数学を活用して課題解決することのよさを実感できるだろう。

仮説2

仲間との関わり合い方を工夫し、数学を用いて議論できる場を整えれば、数学的な根拠を基に思考・判断・表現することができるだろう。

(3) 具体的な手だて

【仮説1について】

① ICTを用いて実験結果を視覚化する。

確率の基本的な考え方の1つに「大数の法則」がある。「大数の法則」とは、試行回数を増やすことで、求める確率が一定の値に近づいていくことである。生徒が直観を基に意思決定できる課題や教材において、生徒が意思決定した後、実際に実験や操作活動を行う。その際、実験結果を視覚的に捉えることができるように、Excelを用いて確率が一定の値に収束する様子をグラフに表す。このことにより、実験せずとも数学的確率で考えてもよいことに気付いたり、自分の考えを決めるための根拠となる数値を得られたりし、具体的な数字を用いる課題で、数学を活用して課題解決することのよさを実感することができるだろう。

【仮説2について】

① 意図的なペア活動、グループ活動の場を設定する。

今単元において、グループ活動は4人程度で行うと設定する。議論をする際には、初めに同じ考えをもつ生徒同士でペア、グループを作る。このペア、グループ活動を“same idea”の頭文字をとって「Sトーク」と呼ぶ。次に、異なる考えをもつ生徒同士でペア、グループ活動を行う。このペア、グループ活動を“different idea”の頭文字をとって「Dトーク」と呼ぶ。Sトークを行うことで、同じ考えをもつ仲間と話し合い、その考え方のよさを伝えたり、聞いたりする中で、自分の考えを整理することになり、その考え方のよさを再確認することになるため、数学的な根拠を基に思考・判断・表現することができるだろうと考える。また、Dトークを行うことで、異なる考えをもつ仲間と話し合い、自分の考えのよさを理解してもらうために、考えの根拠を明確にして話をしたり、相手の考えを聞くことで、相手の考えのよさや自分の考えの足りなさを理解したりすることができる。このことにより、数学的な根拠を基に思考・判断・表現することができるだろう。

(4) 抽出生徒Aの実態と期待する姿

生徒Aは、「式の計算」や「連立方程式」の単元において、正確に計算を行ってきた。生徒A本人も「連立方程式」の単元の振り返りには「正確に計算ができた」と何度も書いており、正確に計算することが数学において大切だと考えていることがうかがえる。一方で、昨年度行った「データの活用」の単元では、確率について「人によって異なる」「絶対の保証はない」など統計としての意識が強く、数学として扱いづらいイメージをもっていることがうかがえる。

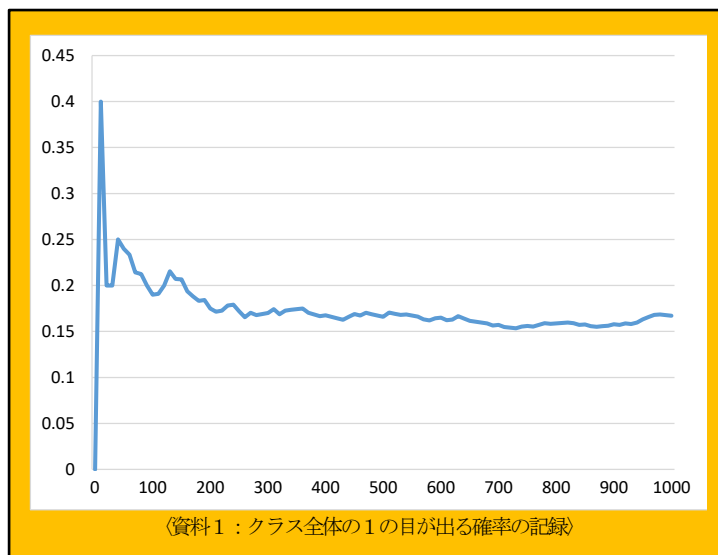
本単元では、シックボーを行ったり、サイコロやくじびきを用いたり、教材や教具を工夫し、生徒が自ら実験や操作活動を行うことができるようにする。正確に計算をすることが一番大切だと考えている生徒Aが、シックボーでどの役に賭けたら得をするのか、くじびきでは先にひいた方がよいか、後にひいた方がよいかといった具体的な場面に沿った課題に取り組むことで、数学を活用して課題解決することの目的が明確になると考える。その中で、ICTを用いて、Excelで実験結果をまとめる。確率が一定の値に収束する様子を視覚的に捉え、直観とは異なる結果から統計的確率と数学的確率の意味を理解することで、数学的確率のよさに気づき、数学を活用して課題解決することのよさを実感できると考える。さらに、意図的なペア活動、グループ活動を行う。自分の考えを熟考するものの、自分の考えを伝えきれない生徒Aが、自分と同じ考えをもつ生徒同士で話し合うことで、自分の考えを整理でき、異なる考えをもつ生徒と話し合うことで、相手の考えのよさを理解することができ、2種類の意図的なペア活動、グループ活動を通して、数学的な根拠を基に思考・判断・表現することができると考える。

3 実践と考察

(1) 多数回の試行の中で、統計的確率と数学的確率の違いを理解する生徒A

単元を貫く課題として、シックボーを扱う。シックボーとは、サイコロ3つの合計数や組み合わせを予想するゲームであり、組み合わせによって出やすさが異なり、配当率も異なっている。本単元では、確率の計算を簡略化するためにサイコロを2つにして行う。単元の初めに、全ての配当率が2倍のベッティングエリアを用いて、シックボーを行なったところ、どの生徒も実験結果を基に統計的確率を用いて、シックボーの役の当たりやすさについて考えた。生徒Aも「シングルやイーブン、オッドは当たりやすかったけれど、サムやエニダブルは当たりにくかったです。そこから、イーブンやオッドは確率が高いと思いました」と感想を述べており、統計的確率を基に考えていた。続いて、サイコロを投げて1の目が何回出るのか確認する授業を行う。確認の際には、ペアでサイコロを100回投げ、クラス全体で1000回の試行を行うようにする。ここで、確率を視覚的に捉えることができるように実験結果をExcelにまとめ、グラフに表す【仮説1の手だて】。シックボーの際に、統計的確率で考えていた生徒Aは、多数回の試行を行わなくとも正確な値が出る数学的確率のよさを理解し、シックボーの解決に利用しようとするのではないかと考えた。

実際の授業では、「1の目が出る確率はいくつか求めよう」と学習課題を提示し、ペアにサイコロを1つ配付した。生徒Aはペアの生徒と10回ずつ交互にサイコロを投げた。10回の中で、1が1回も出ないときもあれば、3回も出るときもあり、2人で1の目が15回出た。実験が終わったペアから実験結果を報告し、クラス全体では、資料1のような結果となった。サイコロの面の数に対する1の目の数からではなく、多数回の試行から得られた実験結果から生徒は1の目が出る確率を0.16や0.17と推測した。生徒Aもグラフの実験回数が600回以降の安定している部分を見て、1の目が出る確率を「およそ0.17」と推測し、授業プリントに記入した。その後、サイコロの目の出方が1から6までの6通りであること、どの目の出方も同じ程度であること、1の目が出る場



合が1通りであることから、場合の数を基に確率の考え方を伝え、1の目が出る確率が $1/6$ であることを確認した。そして、 $1/6$ を計算し、 $0.166\cdots$ と小数で表した。生徒Aは「さっきとほとんど同じ数」とクラス全体で求めた統計的確率と数学的確率がほとんど同じであることを確認した。

授業後の生徒Aの振り返りには、資料2のように「多数回の試行を行うことで確率が安定するメリットもあるけれど、時間がかかるデメリットもあることが分かりました。ほとんど同じ数字になるのなら、計算で求めた方が簡単だと思いました。」と書かれていた。実際にサイコロを配付し、1の目が出る回数を数える実験を行い、その中でExcelを用いて、クラス全体で1000回の試行回数を視覚的に捉えたことで、1の目が出る確率がおよそ0.17であり、それが数学的確率である $1/6$ と一致することに気付く、数学的確率を用いた経験から、数学を活用して課題解決することのよさを実感したと言える【仮説1の手だて】。

多数回の試行を行うことで、確率が安定するメリットもあるけれど、時間がかかるデメリットもあることが分かりました。ほとんど同じ数字になるのなら、計算で求めた方が簡単だと思いました。

〈資料2：生徒Aの振り返り〉

(2) くじびきで先にひいた方がよいか、後にひいた方がよいか考える生徒A

樹形図を基に正確に場合の数を数えたり、コインやカード、サイコロなどの簡単な確率を求めたりした後、くじびきを用いて、先にくじをひいた方が当たりやすいか、後にくじをひいた方が当たりやすいか考える授業を行う。これまでの経験から直観で確率を考えることができる課題であり、先にくじをひいた方が当たりやすいか、後にくじをひいた方が当たりやすいかを直観で判断したり、実際に実験をしたりして、その結果から先にくじをひいた方が当たりやすいか、後にくじをひいた方が当たりやすいかを判断することができると考えた。実験する際には、統計的確率を視覚的に捉えることができるように、Excelを用いて実験結果をまとめる。この結果と樹形図を用いて求めた数学的確率との違いがほとんどないことから、数学を活用して課題解決することのよさを実感できるだろうと考えた【仮説1の手だて】。また、先にくじをひいた方が当たりやすいか、後にくじをひいた方が当たりやすいかについて、Sトークを行う。先にくじをひいた方が当たりやすい考えとして、「先が当たりくじをひいたら、後にくじをひく方のはずれの確率が増えるから先にくじをひいた方が当たりやすい」ことが考えられる。一方で、後にくじをひいた方が当たりやすい考えとして、「先がはずれくじをひいたら、後にくじをひく方の当たる確率が増えるから、後にくじをひいた方が当たりやすい」ことが考えられ、それぞれの考えを整理できる。そして、Dトークを行うことで、互いの根拠を基にした考えを聞き、相手の考えのよさを理解し、自分の考えが一側面しか見ていなかったことに気付く、確率は変わらないことに気付くのではないかと考えた【仮説2の手だて】。

実際の授業では、5本中2本当たりの入ったくじを用意し、2人がひいたくじを戻さずに順番にひくことを伝え、「くじびきは先にひいた方が当たりやすいか、後にひいた方が当たりやすいか」と生徒に問いかけた。生徒Aは後にくじをひく方が当たりやすいと決めた。その理由として「後にくじをひく方が、当たりが残っていた場合、確率が上がる」と授業プリントに記述した。その後、Sトーク、Dトークを行った。資料3はそのときの生徒Aのペア、グループでのSトーク、Dトークでの授業記録である。Sトークでは、生徒Aは当たりやすさに注目し、生徒Bに「当たりが残っていた場合、当たりやすさが上がる」と伝えていた。それに対し、生徒Bは場合の数に注目し、生徒Aに「先にひく方がはずれの1パターン減る」「5本から2本よりも、4本から2本ひいた方が当たりやすい」と伝えていた。生徒Aは、自分の考えのよさに気付きながらも、生徒Bの具体的な考えを聞き、「全体の数が減るから」と根拠をより明確にしていた。その後、Dトークを行った。生徒Aが「当たりが残っていた場合、全体の数が減って当たりやすくなる」とSトークの際に、生徒Bから聞いた先にくじをひいた方がはずれをひいた際に、全体のくじの数が減るため、当たりやすくなることを根拠にしてグループに伝えた。それに対して、生徒Cが「1発目で当たるかもしれない」と、先にはずれくじをひかない可能性を意見としてグループに伝えた。生徒Bは「後も当たりくじをひけばいい」と伝えた。それでも生徒Dは、「先に当たりを引けば、後の人ははずれをひく確率が上がる」と生徒Aがグループに伝えた考えと反対の考えを伝えた。「後にくじをひく方が、当たりが残っていた場合、確率が上がる」と考えていた生徒Aは、Dトークを通して、生徒C、生徒Dから先にくじをひく場合も同様に

(Sトーク)

B：確率が上がる。

A：私もそう思った。後にくじをひく方が、当たりが残っていた場合、当たりやすさが上がるから。

B：先にひく方がはずれの1パターン減るから。5本から2本よりも、4本から2本ひいた方が当たりやすい。

A：全体の数が減るからか。

(Dトーク)

A：私たちは後にくじをひく方が得で、当たりが残っていた場合、全体の数が減って当たりやすくなるから。

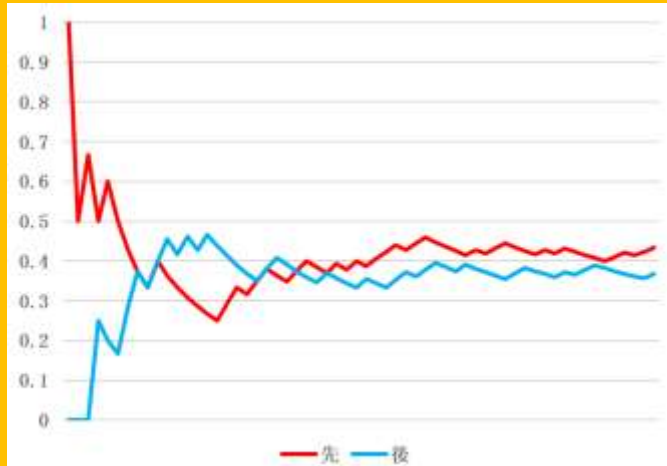
C：私たちは先にひく方が得で、1発目で当たるかもしれないから。

B：後も当たりくじをひけばいいんじゃないか...

D：先に当たりを引けば、後の人ははずれをひく確率が上がる。

A：どっちも同じなのかな。

〈資料3：Dトークの様子と授業記録〉

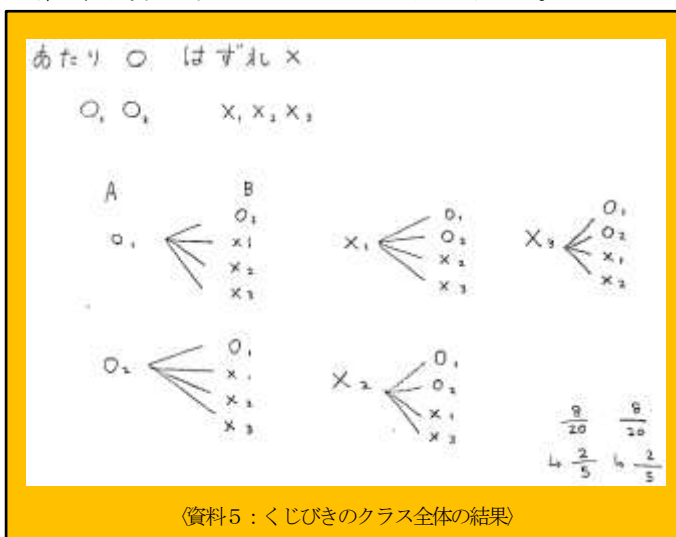


〈資料4：くじびきのクラス全体の結果〉

存在することを知り、「どっちも同じなのかな」と、先にくじをひく方にも、後にくじをひく方にもどちらにも同じような状況があるのではないかと相手の考えのよさを理解し、自分の考えの足りなさに気づき始めた。

そこで、実際に実験を行い、確認することにした。グループに5本中2本当たりの入ったくじを渡し、10 回の実験を行った。先にひく方と後にひく方では、当たりの付き方にばらつきはあるものの、先にひいても後にひいてもどちらも当たりが5回出たことで、生徒Aは「どっちも同じになりました」と報告した。そして、それぞれの確率を $1/2$ と授業プリントに書いた。その後、すべてのグループの実験が終わり、実験結果をまとめた。資料4（3ページ参照）は、クラスで60 回分の実験を行った結果を Excel にまとめたものである。この結果から、多くの生徒は「先にひいた方が得」だと考えていた。しかし、生徒Aは、後にひいた方が得している部分もあり、先にひいても後にひいても差があまりないと考えた。

また、グループでは5回当たっていたことから確率は $1/2$ になると考えていたが、確率はもう少し低くなるのではないかと考えた。そこで、生徒Aは、これまでに学習してきた樹形図を元に数学的確率で考えた。資料5はそのときの生徒Aの授業プリントである。生徒は当たりくじを O_1 、 O_2 はずれくじを X_1 、 X_2 、 X_3 とし、樹形図を書き、20 通りの中から先に当たる場合の数が8 通り、後に当たる場合の数が8 通りであることを見つけ、どちらの確率も $2/5$ であることを求め、先にひいても、後にひいても確率が変わらないことに気付いた。しかし、生徒Aはくじびきをする人の人数が増えたら、最後の人の確率が高くなるのではないかと疑問に思っていた。そこで、くじの本数は変えずに、くじびきを3人で行ったときの樹形図を書いて考えた。生徒Aは、3人でくじびきを行っても確率が $2/5$ で変わらないことを求めた。



授業後の生徒Aの振り返りには、資料6のように「〇〇さんの後でひく方が、全体の数が減るので、当たりが残っている場合は当たりやすいという意見に納得しました」と書かれている。S トークを行ったことで、実際にくじをひく瞬間の当たりやすさに注目していた生徒Aが、生徒Bの「全体の数」に注目した考え方に触れ、場合の数に注目し、当たりやすさの考えを整理し、グループの場で意見を伝えることができた。また「□□さんの先の方が当たりをひいたら、はずれる確率が上がるという意見にも納得できました」と書かれている。D トークを行ったことで、後にくじをひく方のよさのみ考えていた生徒Aは、自分の考えに足りていなかった先にひく方が当たりをひくか、はずれをひくかによって後にひく方の確率が変わることに気づき、場合の数を基に相手の考え方のよさを理解することができた。そして、生徒Cの振り返りには「〇〇さんの先にひいた人がはずれをひけば、後の人が当たる確率が上がるというところに納得しました」と書かれていた。D トークを行ったことで、生徒Aの意見で、先にひく方のよさのみを考えていた生徒Cも、相手の考えのよさに気付くことができた。このことから、意図的なペア活動、グループ活動の場を設定したことで、数学的根拠を基に思考・判断・表現することができたと言える【仮説2の手だて】。また、「実際にやってみると先の人も後の人も確率は $1/2$ で、樹形図に表すと $2/5$ で、全体で比べたときとあまり差がなかったので、実際に行ったときの目安が分かる」「3人でくじびきを行うと最後の人の確率が高くなると考えていたけれど、変わらなくて驚きました」と書かれている。Excel を用いて、先にひいた方が当たりやすいか、後にひいた方が当たりやすいかのクラス全体の実験結果をまとめ、視覚的に捉えたことで、自分のグループの実験結果と統計的確率を比較して考察することができた。そして、数学的確率がいくつなのか、樹形図を用いて自ら解決している。このことから、数学を活用して課題解決することのよさを実感していると言える【仮説1の手だて】。

(3) 再度シックボーを行い、よりよい考え方を検討する生徒A

単元の終盤では、再度シックボーを扱う。第9時で個人追究を行い、第10時でそれぞれが調べた結果を基に話し合いを行い、どこに賭けるとよいのかを考える。導入時とは異なり、資料7のように、実際のレートに近づけ、役によって異なる配当率とする。目の出やすさと配当率によって配当金が決まる

■さんの後でひく方が全体の数が減るので、当たりが残っている場合は当たりやすいという意見に納得しました。D トークでは、■さんの先の方が当たりをひいたら、はずれる確率が上がるという意見にも納得できました。実際にやってみると先の人も後の人も確率は $1/2$ で、樹形図に表すと $2/5$ で、全体で比べたときとあまり差がなかったもので、実際に行ったときの目安が分かると思いました。また、3人でくじびきを行うと最後の人の確率が高くなると考えていたけれど、変わらなくて驚きました。

(資料6：生徒Aの振り返り)

100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%
×25	×25	×25	×25	×25	×25	×25
×15	×15	×15	×15	×15	×15	×15
×1	×1	×1	×1	×1	×1	×1
×125	×125	×125	×125	×125	×125	×125
×2	×2	×2	×2	×2	×2	×2

(資料7：単元の終盤時で使用したベッティングエリア)

ため、生徒は配当率が高いが、確率の低い役を選ぶか、配当率が低いが、確率の高い役を選ぶと考えられる。自分が得すると思った役について、Sトークを行うことで、「配当率は低いが、確率が高いためコツコツ儲けを出すことができる」や「確率が低いが、配当率が高いため一発逆転できる」など同じ考えをもっている仲間と交流することができ、自分の考えのよさに目を向け、自分の考えを整理することができると考えた。また、Dトークを行うことで、高確率を視点に役を選んでいて生徒は、配当率の差に気付き、高配当を視点に役を選んでいて生徒は、確率の差に気付き、相手の考えのよさや自分の考えの足りなさに気付くことができると考えた。【仮説2の手だて】。

実際の授業では、第9時でもサイコロを投げて実験結果を基に確率を考えている生徒もいる中、生徒Aは資料8のように、サイコロ2個の出目表を書き、それぞれの役の確率を求めた。出目表の△はローの役、○はハイの役、△はシングル役の出方に印を付けており、その場合の数を数え、確率を求めた。その他の役については、出方が比較的分かりやすいことから暗算で場合の数を数え、確率を求めていた。そして、書き出した確率の横に配当率を書いて結果をまとめた。その中から、生徒Aは賭けると得する役としてオッドの役を選んだ。その理由として「エニダブルの確率は $6/36=1/6$ 、オッドの確率は $9/36=1/4$ で、36個のうち6個当たる、36個のうち9個当たる」と、出る役の場合の数に注目し、確率の高さを基に役を選んでいる。その中で、「ディフ2とディフ4で当たりの数が4違うと×3、×6となるのに、エニダブルとオッドは当たりの数が3違うのに配当率が1しか変わらないので効率が悪い」と授業プリントに記入した。これは、ディフ2の役の出る場合の数が8通りで、ディフ4の役の出る場合の数4通りで、その差が4通り分であることにに対して、配当率が3違うことを基準にしている。そして、エニダブルの役が出る場合の数が6通りで、オッドの役が出る場合の数が6通りで、その差が3通り分であることにに対して、配当率が1違うと比較しており、効率が悪いと評価している。

第10時では、「どの役に賭けると得するの話し合い、よりよい役を考えよう」と学習課題を提示した。そして、Sトーク、Dトークを行った。資料9はそのときの、生徒Aのペア、グループでのSトーク、Dトークでの授業記録である。生徒Aが「オッドは確率も高く当たりやすくて、配当率もそこそこ高いよね」と自分の選んだ役のよさを生徒Eに伝えている。それに対して、生徒Eは「シングルとオッドでは、当たりの数が2つしか変わらないから配当率の高いオッドがいいよね」と伝えている。生徒Aは自身と同じ場合の数に注目した意見に共感し、「シングルとオッドでは、当たりの数が2つしか変わらないから配当率の高いオッドにするという意見に納得した」と授業プリントに記入した。そして、Dトークでは、シングルが一番得すると考えている生徒Cが「確率は $11/36$ でまあまあ高く、ゾロ目が出たら5倍になる」と意見を述べている。その意見を聞き、生徒Aは、「シングルは当たりやすいし、ゾロ目になると5倍になる」と授業プリントに記入した。そして、生徒Aは「シングルより確率は低いけれど、確率が $1/4$ は当たりやすい方で、配当率が×3でシングルより高いから」と、シングルとオッドを比較してオッドのよさを説明している。また、生徒Cの「確率と配当率、どちらを優先すればいいのかな」に対して、生徒Aは「どちらも大事」と答えながらも、その決定打に欠ける様子であった。それに対して生徒Gが「確率×配当率を基準にして考えたらよい」と伝えている。その考えに生徒Aは納得した様子で「それならどちらも考えられそう」と確率も配当率も意識した考え方に納得した様子で答えていた。また、「確率×配当率」について「1枚のチップを賭けたときに、チップが戻ってくる枚数」とその意味も理解している。授業の終わりに、次時でまとめのゲームを行う際に、「どの役に賭けたいか決めよう」と投げかけたところ、生徒Aはオッドに

	1	2	3	4	5	6
1	△	△	△	△	△	△
2	△		✓	✓		○
3	△	✓			○	○
4	△	✓			○	○
5	△		○	○		○
6	△	○	○	○	○	

ダブル	$\frac{1}{36} \times 2.5$
エニダブル	$\frac{6}{36} = \frac{1}{6} \times 4$
ロー	$\frac{1}{3} \times 1.5$ $\frac{1}{18} \times 12.5$
ハイ	$\frac{1}{3} \times 1.5$ $\frac{1}{12} \times 9.5$
ディフ1	$\frac{5}{18} \times 2.5$ $\frac{1}{9} \times 6$
ディフ2	$\frac{2}{9} \times 3$ $\frac{5}{36} \times 5$
ディフ3	$\frac{1}{6} \times 4$ $\frac{1}{6} \times 4$
ディフ4	$\frac{1}{9} \times 6$ $\frac{5}{18} \times 5$
ディフ5	$\frac{1}{18} \times 12.5$ $\frac{1}{9} \times 6$
イーブン	$\frac{3}{4} \times 1$ $\frac{1}{12} \times 9.5$
オッド	$\frac{1}{4} \times 3$ $\frac{1}{18} \times 12.5$
ゾロ目	$\frac{2}{36} = \frac{1}{18} \times 12.5$
シングル	$\frac{11}{36} \times 2$

（資料8：オッドに決めた生徒A）

（Sトーク）

A：オッドは確率も高く当たりやすくて、配当率もそこそこ高いよね。

E：僕も確率がある程度高く、倍率も高いものを選んだよ。
シングルとオッドでは、当たりの数が2つしか変わらないから配当率の高いオッドがいいよね。

A：エニダブルとオッドでは、当たる数の差が3つ違うけれど、配当率が1しか変わらないから効率が悪いよね。

（Dトーク）

C：私はシングルを選んだ。確率は $11/36$ でまあまあ高く、ゾロ目が出たら5倍になるから。

A：私はオッドを選んだ。シングルより確率は低いけれど、確率が $1/4$ は当たりやすい方で、配当率が×3でシングルより高いから。

F：シングルは、配当率が5倍になることもあるから当たれば、お得だと思う。

E：それって、 $1/36$ のときだけだよ。

A：安定して稼げるのはオッドだと思うな。

C：確率と配当率、どちらを優先すればいいのかな。

A：どちらも大事だけど・・・。

G：確率×配当率を基準にして考えたらいいよ。

A：あ、それならどちらも考えられそう。

F：それって何？

A：1枚のチップを賭けたときに、チップが戻ってくる枚数だよ。

（資料9：Dトークの授業記録）

賭けたいと決めた。資料 10 はそのときの生徒 A がオッドに決めた理由である。「0.75 枚でイーブンと同じで一番高いけれど、確率は当たる目安で、私は倍率の高いオッドにします」と書かれているように、確率に注目していた生徒 A が生徒 G の意見を聞き、確率×配当率の考えを取り入れ、確率×配当率の一番高い役であるオッドとイーブンに注目している。その上で、配当率に注目し、配当率が 1 倍のイーブンよりも配当率が 3 倍のオッドを選んでいる。

オッドの戻ってくるチップは 1 枚賭けたとき、0.75 枚でイーブンと同じで一番高いけれど、確率は当たる目安で、私は倍率の高いオッドにします。
(資料 10：オッドに決めた生徒 A の理由)

また、第 10 時の S トークの際に、確率が高い役に注目していた生徒 A は生徒 E からシングルとの比較した意見を聞き、D トークでシングルが一番得する役であると考えている生徒に「シングルより確率は低いけれど、確率が $1/4$ は当たりやすい方で、配当率が $\times 3$ でシングルより高いから」と確率の違いを踏まえた上で、配当率を意識して論理的に説明することができた。さらに、第 10 時の授業後の生徒 A の振り返りには、資料 11 のように「話し合いを通して、戻ってくるチップが 0.75 のオッドに賭け、安定的にお金を増やした後にダブルに挑戦したい」と書かれている。0.75 はオッドにおける確率×配当率を表しており、D トークを行ったことで、場合の数や配当率を差として捉えていた生徒 A が生徒 G から確率×配当率の考え方を聞いたことで、自分の考えの足りなさを理解し、確率と配当率のどちらも意識した考えのよさに気付いた上で、オッドを選択している。このことから、意図的なペア活動、グループ活動の場を設定したことで、数学的な思考・判断・表現力が深まっていると言える【仮説 2 の手だて】。

私は話し合いを通して、戻ってくるチップが 0.75 のオッドに賭け、安定的にお金を増やした後にダブルに挑戦したいと思いました。実際に投げている人もいて、考えた確率よりも多く出ていたけれど、確率と言っても当たる目安なので、高倍率にも賭けてみる価値もあったと思いました。
(資料 11：第 10 時の生徒 A の振り返り)

4 研究の成果と今後の課題

(1) 研究の成果

仮説 1 の有効性について

<手だて 1-①>

I C T を用いて実験結果を視覚化したことで、生徒 A は数学を活用して課題解決することのよさを実感することができた。その理由として、サイコロの 1 の目が出る確率を考える際に、クラス全体で 1000 回の実験結果を Excel にまとめた様子を見たことで、統計的確率と数学的確率の違いに気づき、「計算で求めた方が簡単だと思いました」と数学的確率のよさに気付いている。また、くじびきでは、先にひいた方が当たりやすいのか、後にひいた方が当たりやすいのかを考える際に、自分グループの実験結果とクラス全体で 60 回の実験結果を Excel にまとめ、比較した様子を見たことで、自分の行った実験結果との違いに気づき、そこから樹形図を用いて数学的確率を求めることにつながった。そして、自分が行った実験結果である統計的確率を「目安が分かる」と参考値として捉えている。さらに、直観と実際に相違のある教材を扱い、その実験結果について、Excel を用いて視覚化し、数学的確率を求めたことで、数学を活用して確率を求めることのよさを実感してきた。第 9 時では、実験結果を基にシックボーの役の確率を考える生徒がいる中、生徒 A は実験をせず、出目表を用いて、数学的確率を求めている。これは、数学を活用して課題解決することのよさを実感したことで、実験をせずとも計算で確率が求まると実感したからこそ得られる姿である。

以上のことから、仮説 1 のように「直観と実際に相違がある教材において、実験結果を視覚化すれば、数学を活用して課題解決することのよさを実感できる」と言える。

仮説 2 の有効性について

<手だて 2-①>

意図的なペア活動、グループ活動の場を設定したことで、生徒 A は数学的な根拠を基に思考・判断・表現することができた。その理由として、くじびきで先にひいた方がよいのか、後にひいた方がよいのか考える際に、S トークを行ったことで、場合の数に注目した生徒 B の考えを取り入れ、整理し他の仲間に自分の考えを伝えることができた。また、D トークを行ったことで、当たりが残っていた場合、後にくじをひいた方がよいと考えていた生徒 A が、先に当たりをひくことで、後にくじをひく方は全体に含まれる当たりくじが減ることに気づき、自分の考えの足りなさを理解することができた。また、シックボーでよりよい役を考える際には、S トークを行ったことで、確率に注目して役を選んだ生徒 A が、仲間の意見も踏まえながら、自分の考えを整理し、他の役であるシングルの役と比較しながら自分の選んだオッドの役のよさを他の仲間に伝えることができた。また、D トークを行ったことで、論理的ではない場合の数の差と配当率の差で役を選んでいた生徒 A が、確率×配当率を用いる新たな視点のよさを理解し、取り入れた上で、よりよい役を選択することができた。

以上のことから、「仲間との関わり合い方を工夫し、数学を用いて議論できる場を整えれば、数学的な根拠を基に思考・判断・表現することができる」と言える。

今後の課題

今回の実践では、生徒の直観と実際に相違がある課題において、I C T を用いて実験結果を視覚化したことが、数学を活用して課題解決することのよさを実感することに効果的であった。ただ単に、I C T を活用するのではなく、今後も生徒が「考えてみたい」「解決してみたい」「仲間と話し合いたい」という魅力ある教材の下で適切に I C T を活用できるように努めていきたい。また、今回の実践では、意図的なペア活動やグループ活動の場を設けた。生徒一人一人の考えと向き合ったことで、どのような思考をたどっているのかを教師自身が整理することができ、発問や声掛けを考えることができた。今後も、生徒の考えに対して、適切な発問や声掛けができるように生徒の考えやつぶやきを捉えて授業実践を行っていきたい。