

14	岡崎	美川中学校	サトウ アカネ 氏名 佐藤 あかね
分科会番号	04b	分科会名	数学教育（数学）

1. 研究テーマ

主体的・対話的によりよく問題解決しようとする生徒の育成 — 3年「二次方程式」の実践を通して—

2. 研究概要

（1）主題設定の理由

本学級の生徒は、単元前のアンケートで52%の生徒が、数学が「好き」「まあまあ好き」と答えており、数学が楽しい・面白いと思ったことはあるかという問いに対しては、「ある」「たまにある」と答えた生徒が89%であった。この結果から、好きではないが数学が楽しい・面白いと思う場面には、多くの生徒が遭遇していることがわかる。さらにどんなときに楽しい・面白いと思うかという問いに対して、「自分でじっくり考えるとき」が23%、「みんなと相談したり、教えてもらったりするとき」が51%となり、一人で考えるよりも、意見を出し合っているときの方が、楽しさや面白さを感じていることがわかる。学力検査や定期テストの様子を見ると、計算で細かなミスをしてしまう生徒や立式をする問題に対して始めから諦めてしまう生徒が多く、もったいない間違いや空欄が目立つ。このことから、対話的に学ぶ姿勢はあるものの、主体的に取り組む姿勢に課題があると考えた。

昨年度の全国学力・学習状況調査では、岡崎市の状況として、「数量について、文字を用いた式で表すことがたいへんよくできている」とある一方、「式の意味を読みとり、成り立つ事柄を見いだし、数学的な表現を用いて説明することがやや弱い」という傾向が見られると書かれていた。本校の状況としても、「連続する二つの偶数を、文字を用いて表すことに課題がある」という状況であった。そこで、3年「二次方程式」の単元を通して、主体的・対話的に学習に取り組み、文字を用いた立式ができるようになるために、自分の学習を振り返ることで粘り強く改善を繰り返したり、級友との対話から式で表すよさに気づき、よりよく問題解決したりする生徒になって欲しいと願い、研究を進めることにした。

したがって、本研究の主題を「主体的・対話的によりよく問題解決しようとする生徒の育成—3年「二次方程式」の学習を通して—」と設定した。

（2）研究の仮説と手だて

研究を進めるにあたり、目指す生徒像を次のように設定する。

主体的・対話的によりよく問題解決しようとする生徒

目指す生徒像に迫るための仮説と、それに対する手だてを以下のように考えた。

仮説Ⅰ：個人追究で文字を用いて立式したものを振り返り、なぜそのように考えたのかについて、話し合ったり、説明し合ったりする活動を意図的に繰り返すことで、生徒たちは、主体的・対話的に問題を解決しようとするだろう。

仮説Ⅱ：様々な解法から選んで考える授業を意図的に展開したり、一度自力解決した過程を、他者の考えと比較検討し、新たな問題での解決方法を自ら思考し選択したりすることで、よりよい問題の解決方法を考えることができるだろう。

仮説Ⅰに対する手だて

① 立式をすることに抵抗を抱いている生徒も多いと考えられる。そこで、知識・技能を身に付ける授業においても、計算式をただ与えるのではなく、文章から式を立てるように提示方法を工夫し、立式の経験を増やすことで抵抗をなくし、式の立て方を修正できるように互いに見合う活動を行う。

仮説Ⅱに対する手だて

② 式や問題を見て、何をしたらよいのか迷う生徒も多いと考えられる。そこで問題に粘り強く取り組めるようにするために、単元を通して多様な解法でも解ける体験をしたり、他の考えを知ることによりよい解法に挑戦したりするような自分で解法を選択し、判断できる授業を展開する。

③ 文章題や難しい問題だと感じると、二次方程式のよさが感じられない生徒も多い。そこで、単元の最後に問題解決的な課題を設定し、二次方程式を用いて解決することのよさを感じ取れるような教材を扱う。

(3) 抽出生徒

生徒 A

最初のアンケートでは、数学が「あまり好きではない」が、面白いと思ったことは「ある」。「スラスラと計算できる時」に面白いと感じると答えていた。文章問題に苦手意識をもっており、立式の問題には手をつけようとしない。立式への抵抗をなくし、文字を使った解法に挑戦しようとする姿を期待したい。

生徒 B

最初のアンケートでは、数学が「好き」で、面白いと思ったことは「ある」。「みんなと相談したり、教え合ったりするとき」に面白いと感じると答えていた。計算は得意に思っているが、細かいミスが多い。また、文章問題には取り組むが、閃かないと解けないと思い込み、苦手意識をもっている。二次方程式のよさを感じ、問題によって、よりよい解法を選択する姿を期待したい。

3. 実践

<第1時>『イベントの開催日はいつ?』

二次方程式と出会う授業では、教科書(啓林館)にある「開催日はいつ?」という題材で授業を行った(資料1)。ここでは手だて②を行うことで、立式が苦手な生徒も取り組むことができ、数が複雑になりすぎないことを考慮し、教科書の題材で授業を行った。この授業で大切にすることは、生徒が考える解き方は、どんな解き方であっても肯定し、解決に向かうようにしていくことである。生徒Aのように、立式に自信がもてなくて解決に向かおうとできない生徒もいる。様々な解法を紹介し、解決に向かう方法が多くあることを生徒が実感できることで単元学習への意欲がもてると考えた。題材を提示した後、どう考えればよいか、生徒が見通しをもてるように、どんな解法があるのか全体で確認した。生徒からは①地道に解く、②表をつくる、③文字でおくという3つの方法が出てきた。これら

資料1 第1時の題材

を参考に、個人追究を行った後、スクールタクトを用いて考えの共有を行った（資料2）。個人追究の段階では、①の地道に解く方法で多くの生徒が解いている。しかし共有後に、「次にはどの解法で解いてみたいか」という質問には、①6名、②6名、③19名、その他1名となり、文字において考えたい生徒が多く見られた。理由としては、

- ・どんな数でもできるから
- ・1週間は7日で、プラスとマイナスをつけられれば、わかりやすいから
- ・前にやっていたし、間違えなさそう
- ・展開が使えるから

などが挙がっていた。生徒Aは、個人追究では、①地道に解く

方法であったが、次に使ってみたい解法は③文字でおく方法を選んでいった。理由として、「習った学習を使っていて、簡単にできるから」と書かれていた。生徒Aのように、多くの生徒が実際に使った解法と使ってみたい解法に違いが見られた。そこで、使ってみたい解法に近づくために、二次方程式の解き方を全体で確認し、二次方程式の導入とした。ちなみに生徒Bは、③文字でおく方法で求め、「地道に計算すると、時間がかかるから」という理由で次も③を使うと記入されていた。

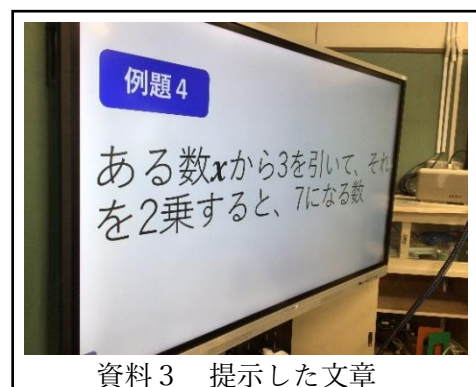
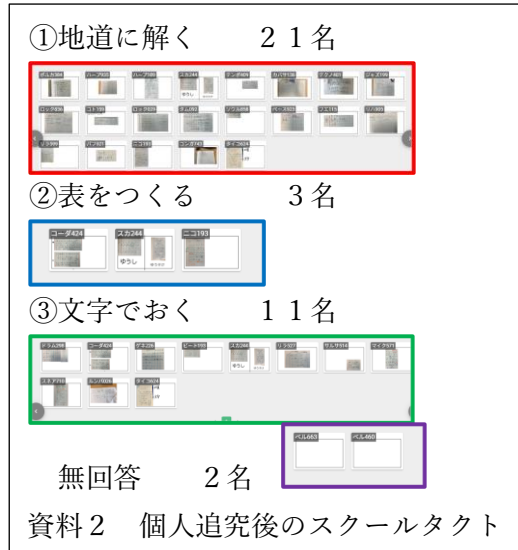
＜第2～6時＞『文章から立式をする』

第1時を終え、第2～6時の二次方程式の解き方を学習していく授業では、立式への抵抗を無くするために「手だて①」を行った。教科書を見ながら、計算の式を与えてしまうことが多いが、（資料3）のように、式ではなく、文章を提示した。始めは「こんなの簡単」という生徒の声があがったが、少し長くなると立式に戸惑っている生徒も見られた。立てた式は、チーム内で互いに見合い、「一緒になった」と喜んだり、「なんでそうなるの?」と質問したりしている様子が見られた。全ての式でやった訳ではないが、段々と立式に抵抗がなくなり、素早く式を立てられるようになっていた。生徒Aも生徒Bも他の生徒と同様に、自分の立てた式をチーム内の生徒と比較して考えている様子が見られた。

＜第7時＞『式の形を見て、解き方を判断しよう』

直前の小テストで、単元の始めに学習した平方根の考え方を使った問題を解の公式で解こうとしたり、問題を見て何をしたらよいかわからなかったりした生徒が多く見られた。そこで、二次方程式の解法を全て学習した後に、式の形から解法を選べるようにしたいと思い、「手だて②」を取り入れた授業を行った。

第1時と同様に、見通しがもてるように、授業の始めに、①平方根、②平方完成、③解の公式、④因数分解の解法を提示した。一問ずつ問題を出し、どの解法で解いたのかを明らかにしながら、チームで見合



(4) $x^2 - 4x + 4 = 0$
 $x^2 - 4x = -4$
 $x^2 - 4x + 4 = 0$
 $(x-2)^2 = 0$
 $x-2 = 0$
 $x = 2$

(3) $x^2 - 4x + 4 = 0$
 $x = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 8}}{2}$
 $= \frac{4 \pm 2\sqrt{2}}{2}$
 $x = 2 \pm \sqrt{2}$

(5) $x^2 + x - 1 = 0$
 $x = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 4}}{2}$
 $x = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}$

(2) $x^2 + x + \frac{1}{4} - \frac{5}{4} = 0$
 $(x + \frac{1}{2})^2 = \frac{5}{4}$
 $x + \frac{1}{2} = \pm \frac{\sqrt{5}}{2}$
 $x = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}$

資料4 第7時の板書

う時間を確保しながら進めた。その中で、 $x^2 - 4x + 2 = 0$ と $x^2 + x - 1 = 0$ を解いたときに、②平方完成と③解の公式の2つが出てきたため、解法を判断する視点について全体で考えることにした。

(資料5)の授業記録からわかるように、(4)で平方完成を紹介すると、(5)で真似してやってみようとする生徒が多く見られた。そこで、全体で二つの式を見比べることで、式のある部分に着目することで、解法の判断がしやすいことに気付いている生徒の思考に触れることができた。生徒Bも(4)は解の公式で、(5)は平方完成でやろうとしており、(5)の途中で「やっぱ解の公式が一番いいな」と発言していた。しかし、全体で比較している途中に、ボソッと「そこを見ればいいのか」とつぶやいていた。このことから、生徒Bは、一つの解法だけでなく、他の解法にも目を向けていることがわかる。生徒Aは、(4)も(5)も解の公式で解いており、平方完成を理解しようと周りに聞く様子も見られたが、いまいち理解できていないようだった。

T18: (4)の2番で解いた人は、どうしてこれを選んだの？ C10: 平方完成の方が、約分しなくていいから T19: なるほどね。じゃあ3番で解いた人は、どうして3番を選んだの？ C11: 解の公式は、何も考えなくても代入するだけだから。 T20: そういうことね。じゃあ、次はこの式を解いてみましょう。＜(5)の問題を示す＞ T21: この問題を2番で解いた人は、どうしてこれにしたの？ C12: さっき聞いて、こっちの方が簡単そうだったから T22: やってみてどうだった？ C13: 難しかった 資料5 第7時の授業記録	T23: 3番で解いた人は、どうだった？ C14: 簡単だった T24: そうなんだ。この2つの式は、どうやって判断したらいいのかな？ちょっと周りで話してみよう。 T25: どうですか？何か違いを見つけた人はいますか？ C15: xの前の数字を見るといいと思いました。 T26: どうしてそう思ったの？ C16: xの前の数字が、偶数だと、2乗、2倍、2乗の公式が使えるから、半分にしても分数にならない。(5)は、半分にすると分数になるから面倒くさくなる。 B: 確かに！そこを見ればいいのか。 T27: なるほどね。みんなどういうことかわかったかな？周りと確認してみてください。
--	---

＜第8～11時＞『二次方程式の利用』

第8～11時の二次方程式の利用の授業からは、手だて①の修正できるように級友の式を見合う活動も加えることにした。文章題から(資料7)個人追究で式を立て、その後スクールタクトを用いて共有をし、その中からよりいいと思う立式を選ばせ、その式を選んだ理由も記述するようにした(資料8)。

どの授業も、スクールタクトで共有して、個人追究で立てた式を振り返ることで、自分の式よりもっといい式があるのではないかと探す姿や自然とチーム内で質問しあう姿が見られた。特に、第11時では、生徒Aが自分の考えた式の何が違うのかを周りに聞く様子が見られた。

例題 3

動く点の問題

AB=10cm, BC=20cmの長方形ABCDがあります。

点Pは、辺AB上を毎秒1cmの速さでAからBまで動き、点Qは、辺BC上を毎秒2cmの速さでBからCまで動きます。

(1) P, Qが同時に出発してから3秒後の△PBQの面積は何cm²ですか。

(2) P, Qが同時に出発するとき、△PBQの面積が24cm²になるのは何秒後ですか。

点P, Qが動いたときの△PBQ

資料7 第11時で取り扱った問題

自分で考えた式

$(10-x) \times x \times \frac{1}{2}$

式を書いた人は、考えた理由を書きましょう

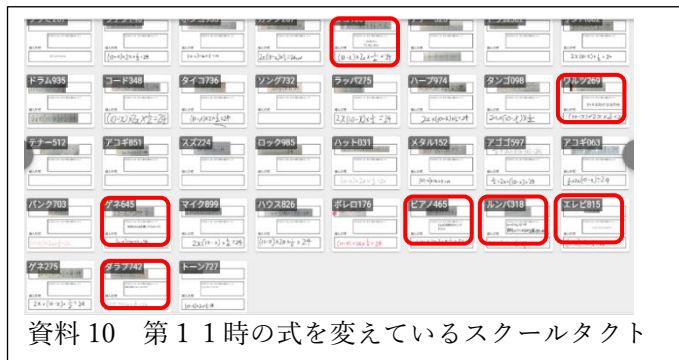
2xはP点毎秒2センチだから

選んだ式

$(10-x) \times 2x \times \frac{1}{2} = 24$

資料8 生徒Aの考えた式

生徒Aは、自分自身で式を立てられたと思っていたが違ったことに悔しがっていた。すると、周りの生徒に理由を自分から聞くことができていた（資料9）。また、生徒Aだけでなく、共有後に式を変えている生徒が見られた（資料10）。



T54：はい、それでは、スクールタクトを見て、選んだ式と理由を書いてください。
 C42：ああ、 24cm^2 忘れてたー。
 C43：確かに。方程式になってないじゃん。
 A44：ねえ、なんでここは $2x$ なの？
 C45：だって、点Qは毎秒 2cm じゃん。
 A46：？？？
 C47：1秒で 2cm 進むでしょ？
 A48：うん
 C49：2秒だと何 cm 進む？
 A50： 4cm
 C51：3秒は？
 A52： 6cm
 C53：全部2倍じゃん？
 A54：ああ！だから x を2倍してるのか！
 ありがとう！
 資料9 第11時の授業記録

このことから、立式の時点で振り返る時間を設定することで、生徒自身で気づき、よりよい式を判断して選んでいた。生徒Bは、正しい式を立てられており、変更する様子は見られなかった。

<第12・13時>『何番目に出てくるか考えよう』

下のような数の並びがあります。

3, 8, 15,

問1 143が出てくるのは何番目でしょう

問2 3024が出てくるのは何番目でしょう

問3 39999が出てくるのは何番目でしょう

資料11 第12・13時で取り扱った問題

二次方程式の単元の最後に、二次方程式のよさを感じ取れるような教材を扱い、授業を行った。ここでは、手だて③と手だて②を行った。取り扱った教材は、(資料11)のような問題である。

まず、数の並びを提示し、どんな規則性があるのか考えた。生徒は、 $3=1\times 3$ 、 $8=2\times 4$ 、 $15=3\times 5$ というように、 x 番目の数と、 x に2を足した数を掛けると

数が出てくる規則性があることに気付いた。そこから問1を提示し、手だて②の解法の見通しを立てた。

①地道に解く、②表を使う、③—④文字でおき、平方根・平方完成を使って解く、③—⑤文字でおき、解

の公式で解く、③—⑥文字でおき、因数分解で解く、の5種類の解法が出てきた。これらを参考に、個人追

究をし、その後スクールタクトを用いて考えの共有を行った。(資料12)は、問1から問3の生徒の考え方の

推移である。問1は、①地道で解く方法を選んでいる生徒が多かった。数が小さいので、すぐに思いつく

生徒も多かった。しかし、第1時と同様に、どのやり方でやりたいか質問すると、やはり文字でおいてやり

たい生徒が多く見られた。問2では、①地道が少なくなり、⑥の因数分解が多くなった。しかし、因数分解の数が

見つからない様子の生徒も多く見られた。また、解いてみて、「結局どの方法を使うにしても地道に数を求めなきゃいけないから、それならいっそ最

初に地道にやって答えを見つけた方が楽で速い」という意見や「1の位の数を見て、いくつか地道に計算

した。因数分解よりも簡単にできる」という意見もあった。生徒Aは、問1：①地道、問2・問3：因

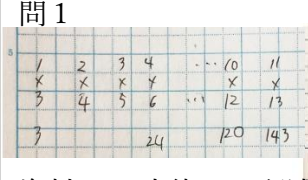
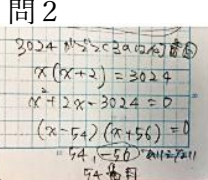
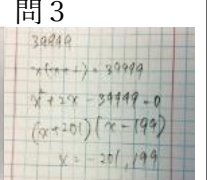
解き方	問1	問2	問3
①地道	20	5	8
②表	4	0	0
③—④平方完成	2	6	13
③—⑤解の公式	3	4	1
③—⑥因数分解	3	16	7
無回答	1	1	4

資料12 生徒の考え方の変化

数分解で解いており、チームの級友に質問しながら式で解く方法に粘り強く挑戦している様子が見られ

た（資料 13）。

生徒 B は、問 1 から問 3 まで平方完成で解いていた（資料 14）。授業の途中に「なんでこの方法にしようと思ったの？」と問うと、「この前の授業でやっていたから」と答えていた。さらに、生徒 B が解くのが速かったため、問題を出題するように促すと、嬉しそうに問題を考えていた。学級の生徒も、生徒 B が考えた問題を何とか解こうと必死に考える様子が見られた。

問 1	問 2	問 3	問 1	問 2	問 3
			$x \times (x+2) = 143$ $(x+1)^2 = 144$	$x \times (x+2) = 3024$ $x^2 + 2x + 1 = 3025$ $(x+1)^2 = 3025$ $x+1 = \pm 55$	$x+1 = \pm 200$
資料 13 生徒 A の記述			資料 14 生徒 B の記述		

この授業の最後に、再度アンケートを行った。今回の授業に対して、約 88%の生徒が面白かった、少し面白かったと答えている。また、どんなところが面白かったかについては、難しい問題を解いているときや新しい解法を試して解を求めるときが多かった。さらに、二次方程式を使うことに対してどう思うかという質問には、必要性を感じたが 58%、使うことはわかるが、必要性を感じないが 25%、なぜ使うのか分からないが 11%という結果になった。最後に授業の感想を記述させると、生徒 A は、「二次方程式を使うと楽に解けることがわかった」と書いており、生徒 B は「入試や模試にも規則性の問題が出てくるので、素早く解けるようにしたい」と書かれていた。他の生徒からは、「問題に応じて二次方程式を使えば速く正確に解けるかを考えて解くことが大切だと思った」「問題によって何を使うか一回考えてみるのが大事だと思った」などの感想も見られた。

4. 研究の成果と課題

手だて①では、第 12 時の生徒 A の様子や資料 13 にもあるように、式を立てることへの抵抗をなくし、二次方程式で解こうとする姿が多く見られたので有効であったと考えられる。手だて②では、生徒 B の第 7 時での発言や資料 10、資料 12 にもあるように、生徒たちは、自分で解きやすいと思う解法を選んで解くことができていた。よりよい判断ができていたかどうかは怪しいが、自分なりによりよいと思う理由をつけて選んでいる様子も見られた。よって、有効な部分もあったが、よりよい判断ができるための改善も必要だと考える。手だて③では、最後のアンケートの結果から、二次方程式の必要性を感じられた生徒が約 60%いた。資料 12 にもあるように、式を使うよさを感じることで、二次方程式で解く生徒も増えた。しかし、さらに多くの生徒が二次方程式のよさを感じられるような工夫の余地はあると感じた。

5. おわりに

授業の終わりに「ああ、楽しかった」「まだやりたい」というような声が聞こえてきた。数学は、中学になると急に難しく感じてしまい、取り残されてしまう生徒が多くなってくる。しかし、どの生徒も数学が始めから嫌いなのではない。そして、数学ができるようになりたいという思いは全員がもっている。私は、そんな生徒たちに 1 問でも多く解けるようになって欲しい、一つでも多くの「なるほど」「わかった」を味わって欲しいと思う。今回、この研究を通して、生徒が式を立てようと粘り強く最後まで考える姿が見られて本当によかったと思う。そんな姿を見せてくれた生徒に感謝している。「数学が好き」と自分自身、心からそう思う。私はこれから出会うたくさんの生徒たちに、数学の楽しさを伝えるために研究を続けていきたい。