

13	豊橋	豊橋市立南陽中学校	ナカヤマ ミズキ 名前 中山 瑞基
分科会番号	4	分科会名	数学教育（数学）

学び合いを通して粘り強く考え、数学的な表現を用いて自分の考えをまとめることができる生徒の育成
～3年数学科 関数 $y = ax^2$ 「このグラフの正体はなんだろう」の実践を通して～

1 主題設定の理由

目まぐるしく変化し、これからの変化を予測することが困難な現代社会において、生徒たちに求められる力も変化してきている。現行の学習指導要領では、育成すべき数学の資質や能力の中に、「日常の事象を数理的に捉え、数学を活用して論理的に考察する力」を養うことが求められており、数や式、図、表、グラフなどの数学的な表現を用いて、論理的に考察し表現したり、その過程を振り返って考えを深めたりする学習活動が重視されている。

本学級の生徒は、「目の前の問題をなんとかして解きたい」という思いをもって行動できる生徒が多い。「平方根」の利用では、一人一人が懸命に式を導きだそうと考え、仲間と考えを共有する中で、なんとなく立式はできても、その式の意味や図の説明に困る生徒が多くいた。このような現状から、仲間と考えを比較し、よりよくしようと粘り強く考え、式や図などを用いて自分の考えをまとめることができるようになってほしいと考えた。

以上のことから、生徒たちが仲間と考えを共有したり、比較したりする学び合いの場を工夫し、手順に沿って考えを整理できるように話型を示すことで、根気強く考え、数学的な表現を用いて自分の考えをまとめることができる生徒を育成できると考え、本研究主題を設定した。

2 研究の構想

(1) 目指す生徒像

粘り強く考え、数学的な表現を用いて自分の考えをまとめることができる生徒

※1「粘り強く考える」とは、自分の考えの過程を振り返ったり、仲間と考えを共有したり、比較したりして自分の考えをよりよくしようと検討することである。

※2「数学的な表現を用いる」とは、式や図、表、グラフ、数学的な用語を用いることである。

(2) 研究の仮説

仮説

話型を活用して自分の考えを整理するとともに、他者の考えと共有したり、比較したりする学び合いの場を工夫することで、粘り強く考え、数学的な表現を用いて考えをまとめることができるだろう。

(3) 研究の手だて

【手だて①】考えを整理する話型の工夫

自力解決の場面において、①図や表、グラフなどの「どこに注目したのか」という「視点カード」、②「何に気づいたのか」という「気づきカード」、③「どのように考えたのか」という「主張カード」の3枚のカードを用意する。生徒は話型に沿って考えを自分の考えを整理することで、自分の考えをよりよくしようと粘り強く考えることができるだろう。

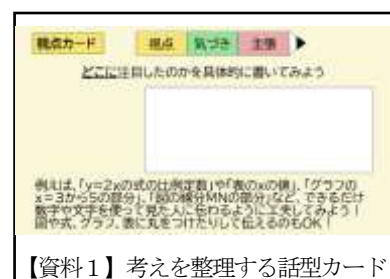
【手だて②】学び合いの場の工夫

関数 $y = ax^2$ における学習では、対応する x と y の値を表に書き、さまざまな比例定数のグラフを書いたり、関数 $y = ax^2$ の表やグラフにおける特徴を読み取ったりする活動を行う。表やグラフを簡単に書いたり、視覚的な理解を促したりするために、GeoGebraを活用し、学び合いの場を充実させる。また、グループや学級で考えを円滑に共有したり、自分の考えと他者の考えを比較したりしやすいように、ミライシードのオクリンクプラスを活用する。GeoGebraやオクリンクプラスなどのICTを活用できるよう、学び合いの場を工夫することで、数学的な表現を用いて自分の考えをまとめることができるだろう。

(4) 抽出生徒Aについて

本研究では、生徒Aの変容を追うことで、手だての有効性を検証する。

生徒Aは、目の前の問題に一生懸命取り組むことができる。小さな疑問でも近くの仲間や教師に聞き、なんとかして問題を解決しようとする姿が見られる。一方で、二次方程式の文章問題に取り組んだ際に、求めた解のうち一つが問題に合わない理由を聞くと、「なんとなくマイナスがつくのは違いそうだけど、わかりません」と答え、聞くとその理由を説明することができずに困ることがあった。また、数学アンケートの「なぜそう思ったのか理



由を説明するのが得意か」という項目で、「自分のやり方がその人に合っているかわからないから苦手」と回答している。生徒Aは考えを整理できていないことから、考えた過程と解答を結びつけることができないために、自分の考えに自信をもてないのだとわかる。

本単元の学習を通して、数学的な表現を用いて話型に沿って考えを整理し、自分の考えと他者の考えを共有したり、比較したりすることで、粘り強く考え、自分の考えをまとめることができる生徒に育てたい。

(5) 単元構想図

この水槽のグラフはどんな形になるのかな①



① ② ③ ④ ⑤ ⑥

・底面積に注目すると、大きいほど
グラフが傾きが小さくなると思ったよ

・だんだん水面の大きさが変わるけど
直線のグラフになるんじゃないかな

⇒同じような原点を通る曲線のグラフには
どんな数量があるのかな

手だて 1

$y = ax^2$ の関係になる数量にはどんなものがあるかな②

x	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5
y	0	0.02	0.08	0.18	0.32	0.50

どこに注目したか

・表に注目すると

・図に注目すると

何に気づいたか

・xが0.1増えると、yの増え方が一定になってない

・0.1秒後の進んだ距離がだんだん長くなっている

どのように考えたか

・比例や一次関数にはなっていないと思う

⇒ $y = ax^2$ のグラフも、今までみたいに表を
かけるんじゃないかな

手だて 1

$y = ax^2$ はどんなグラフになるのかな③④

x	0	0.5	1	1.5	2
y	0	1.225	4.9	11.025	78.4

どこに注目したか

・表から点をとったけど
どうやってグラフをつな
げればいいのか

・反比例みたいに
なめらかに点と点を
むすべよいか

・GeoGebraで比べると
上下が重なる線対称な
グラフになっているね

どのように考えたか

⇒ $y = ax^2$ のグラフは、比例定数を変
えると、どんなグラフになるのかな

手だて 2

変域があるとき、 $y = ax^2$ はどんな変化をするのかな⑤⑥

x	0	0.5	1	1.5	2
y	0	-1.225	-4.9	-11.025	-78.4

どこに注目したか

・ボールを落とすなら、
途中でボールが地面につくけど、
グラフはどうなるのかな

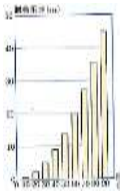
・変化の割合がだんだん大きく
なるから、グラフがだんだん
急になることが説明できるね

どのように考えたか

⇒ $y = ax^2$ の表やグラフの特徴がわ
かったから、どんなことに活用でき
るのか気になるな

手だて 2

「ぐんつ」と速くなる物体の速さと $y = ax^2$ は関係があるんじゃないかな⑦



どこに注目したか

・表に注目すると

何に気づいたか

・だんだんyの増え方が急
になっている

・xが2倍、3倍になると
yが4倍、9倍になっている

どのように考えたか

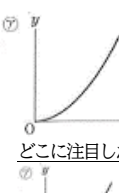
・放物線のグラフなので
 $y = ax^2$ になっている

・表の特徴から
 $y = ax^2$ になっている

⇒今まで習った比例や反比
例、一次関数や $y = ax^2$ を
活用してどんなことが
わかるのかな

手だて 1・2

今まで習ってきたことを使って水そうのグラフを予想してみたいな⑧ (本時8/8)



どこに注目したか

・xが増えるとだんだん水面が高くなる
グラフになっていると気づいたよ

・上の段にいくほど、水が入るのに
必要な量が増えることに気づいたよ

・段が変わると上からみた長方形の面積が
広くなることに気づいたよ

・上の段にいくほど、水が入るのに
必要な量が減っていくことに気づいた

・段が変わると上からみた長方形の面積が
狭くなることに気づいたよ

何に気づいたか

・だんだん水は溜まりにくくなると思うから、
⑦のグラフではないと思ったよ

・直線の傾きがゆるやかに変化している
⑧のグラフになると思ったよ

・直線の傾きがだんだん急に変化している
⑦のグラフになると思ったよ

どのように考えたか

⇒今まで習ったさまざまな
関数を使うと、なぜそのグ
ラフになるのか自分の考
えをまとめられるように
なったよ

手だて 1・2

下反転していることに気づいたが、どのように考えを書けばいいのかわかっている様子であった。そこで、「ここまでわかったことや困っていることをグループで共有しよう」と伝え、グループで学び合う場を設定した（手だて②）。学び合いを通して、グラフが反転しているという数学的な表現を正しく用いて自分の考えをまとめていることがわかる【資料7】。

第4時では、「前時の授業で見つけた $y = ax^2$ のグラフの特徴を共有しよう」と伝え、オクリンクプラスを用いて学級全体で学び合う場を設定した（手だて②）。生徒Aは、「比例定数が正のときも負のときも、比例定数の数字の部分の部分が同じときは、上下反転している」と発言した。その後、C2の「比例定数の絶対値に注目するとグラフの開き方が変わる」という考えを聞いて、生徒Aは授業の振り返りに、「グラフの比例定数の絶対値が大きいほど、グラフは狭くなることに友達の意見を聞いて気づきました。」と記述した【資料8】。ここから、GeoGebraで比例定数の異なるグラフを比較し、オクリンクプラスで学び合う場を設定したことで、絶対値やグラフの開き方など数学的な表現を用いて自分の考えをまとめていることがわかる。

（4）「変域があるとき、 $y = ax^2$ はどんな変化をするのかな」

第5・6時：変化の割合とグラフの変化の関係に気づいた生徒A

ボールを一定の高さから落とした $y = -4.9x^2$ のグラフを例に、「このグラフは、 x がこのまま増えていくとグラフはどうなっていくのかな」と問うと、生徒Aは「どんどん下に続くと思う」と答えたが、「いつか地面に着くから終わると思う」という意見もあり、どちらが正しいのか自信をもてない様子であった。そこで、GeoGebraで変域を自由に操作し、変域内のグラフを表示できる教材を配付し、「自由に教材を操作してわかったことを共有しよう」と伝え、グループで学び合う場を設定した（手だて②）。生徒Aは、変域によって表示される点線のグラフが何かわからない様子であったが、学び合いを通して、 x の変域のみグラフが存在することに納得していた【資料9】。

第6時では、「 x が大きくなるにつれて、グラフが急になっている」という生徒の振り返りを紹介し「どうしたらグラフが急になっていると説明できるかな」と聞いた。すると「変化の割合を計算すればわかるよ」や「変化の割合ってなんだっけ」という声があがったので、GeoGebraを用いて値を入力すると x と y の増加量を矢印で表示し、変化の割合を視覚化できる教材を配付し、「教材を自由に操作して変化の割合についてわかったことを共有しよう」と伝え、グループで学び合う場を設定した（手だて②）【資料10】。生徒Aの振り返りに、「2年生でした（習った） $y = 2x + 1$ の変化の割合がわからなかったけど、変化の割合= x の増加量が後-前など何個増えたかで変（変化の割合）=何分の何に求められることがわかりました」という記述があった【資料11】。ここから、GeoGebraを用いて変化の割合を視覚化し、学び合う場を設定したことで、変化の割合の求め方について理解した内容を数学的な表現を用いて自分なりに考えをまとめていることがわかる。

（5）「物体の速さと $y = ax^2$ にはどんな関係があるのかな」

第7時：放物線のグラフと物体の速さの関係に疑問をもった生徒A

$y = ax^2$ の表やグラフの特徴の読み取り方を活用して、自動車の速さと制動距離について具体的な例で考えることを伝えた。「グラフや表から読み取って、速さと制動距離にはどんな関係がありそうか予想してみよう」と問うと、「 $y = ax^2$ のグラフに似てる」や「放物線のグラフになっている」という意見が出た。そこで、「グラフや表をみて3枚のカードを完成させよう」と伝え、話型に沿って考えを整理する個人追究の場を設定した（手だて①）。生徒Aは、グラフの曲線のように増えている部分に印をつけ、「どんどん上に上がってってる。放物線。」から「制動距離は速さが速くなるにつれて大きくなる」と記述した【資料12】。「どんなことに気づいたのか」と学級に問うと、「表から速度が10km/h増えたときの、速さの増

生徒A これってなんて書けばいいのかな
C1 どういうこと？
生徒A a が負でも負じゃないときも、上と下が重なるじゃん？
C1 たしかにぴったり重なるね。
C2 反転してるってことじゃない？
生徒A なるほど、ありがとう

【資料7】授業記録 グループでの学び合い

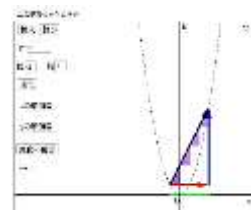
日の授業を通して、新しく気づいたこと、詳しく知ることができたことを書きましょう。

比例定数の絶対値が大きいほど
グラフは狭くなることに友達の
意見を聞いて気づきました。

【資料8】第4時 生徒Aの振り返り

生徒A a を変えると、（グラフが）点線になるよね
C1 グラフが途中でなくなるよね
生徒A これってなくなるってこと？
C1 変域があると、途中でなくなるってことじゃない？
生徒A そういうことか。

【資料9】授業記録 グループでの学び合い



【資料10】第6時 変化の割合を視覚化できる教材

わかったこと、わからなかったこと
2年生でした（習った） $y = 2x + 1$ の変化の割合がわからなかったけど、変化の割合= x の増加量が後-前など何個増えたかで変（変化の割合）=何分の何に求められることがわかりました

変化の割合をたくさん求められるようになります。

【資料11】第6時 生徒Aの振り返り

視点カード 視点 気づき 主張

グラフのどこに注目したのかを具体的に書いてみよう

気づきカード 視点 気づき 主張

疑問に気づいたのかを具体的に書いてみよう
どんな点で気づいたのか

主張カード 視点 気づき 主張

最後に、考え主張したいのかを具体的に書いてみよう
制動距離は速さが速くなるにつれて大きくなる

【資料12】第7時 生徒Aの個人追究

を用いて自分の考えをまとめていることがわかる。また、生徒Aの授業の振り返りに、「底面積と傾きも一緒にみていくと水の入れる時間の長さがわかると、さらに深くわかった」という記述があった【資料18】。生徒Aが、グループで学び合う場を通して、1つの視点だけでなく複数の視点から問題を捉えることの大切さに気づき、底面積や傾きなど数学的な表現を用いて考えをまとめていることがわかる。

4 研究のまとめ

(1) 手だて①(考えを整理する話型の工夫)の検証

第1時の「グラフの見方とその面積でわかることなどもっと自分で考えて書けるようになりたいです」【資料3】という記述や第2時の「表だけでなく図など他のものも見れるようにしたい」【資料5】という記述から、生徒Aが1つの視点だけでなく、複数の視点から問題を捉えることで、よりよい考えにしたいと粘り強く考えていることがわかる。さらに第8時のグループでの学び合いでの「C3とC4の両方の意見をあわせればいいんじゃない」という発言から、それぞれの「視点カード」や「気づきカード」を比較し、両方の考え方を合わせることで、より説得力のあるよい考えにしようと粘り強く取り組んでいることがわかる。

また、第7時のグラフの曲線のように増えている部分に印をつけた「視点カード」、「どんどん上に上がってって。放物線。」と書いた「気づきカード」、「制動距離は速さが速くなるにつれて大きくなる」という「主張カード」【資料12】の記述から、言葉だけでなく図示することによって「視点」を明らかにし、本単元で学習した内容と関連させ、自分の考えを整理するための支えになっていたといえる。生徒Aの「よりよい考えにしようと粘り強く考える姿」が見られたことから、手だて①は有効にはたっていたことがわかる。

(2) 手だて②(学び合う場の工夫)の検証

第3時のグループでの学び合いの中で「グラフが反転している」という表現の仕方について仲間と考えを比較したり、共有したりする姿【資料7】や、第4時の「比例定数の絶対値が大きいほど、グラフは狭くなることに友達の意見を聞いて気づきました」【資料8】という記述、第8時の「グラフの傾きがどんどんちいさくなって上がりにくくなってる」【資料17】という記述から、学び合う場を通して、正しい数学的な表現を用いて自分の考えをまとめていることがわかる。

また、GeoGebraの教材を操作しグループで学び合う中で、第5時の変域内のみグラフが存在することに納得する姿【資料9】や、第6時の「2年生でした(習った) $y = 2x + 1$ の変化の割合がわからなかったけど、変化の割合 $=x$ の増加量が後-前など何個増えたかで変(変化の割合) $=$ 何分の何に求められることがわかりました」【資料11】という記述から、自分なりの言葉で数学的な表現を用いてまとめていることがわかる。

さらに、第7時の「答えが本当にそれなのかを思考するとよいということを学んだ」【資料14】という記述から、オクリンクプラスを用いて自分の考えを他者と共有したり、比較したりすることが考えをまとめる支えになっていたことがわかる。生徒Aの「数学的な表現を用いて自分の考えをまとめることができる姿」が見られたことから、これらの手だては有効にはたっていたといえる。

5 成果と課題

本研究では、考えを整理できる話型を活用し、他者と考えを共有・比較する場を工夫する活動を取り入れた。生徒は「視点」「気づき」「主張」の3枚のカードをセットにして考えを整理し、仲間の「視点カード」を必要に応じてヒントにしたり、他の生徒の発言を聞いて自分の考えに取り入れたりして、自分の考えをよりよくしようと粘り強く考え続けた。さらにGeoGebraを用いて簡単に表やグラフを書いたり、視覚的な理解を促したり他者と考えを共有・比較する場を工夫することで、自分なりに数学的な表現を用いて考えをまとめる姿が見られた。単元前後のアンケート結果から「自分の考えを相手に伝えるときに、数学的な表現を使って相手に伝えることができますか」という項目に対し、肯定的に答えた生徒が42%から59%に増加した。また、「式や表、グラフ、数学的な用語を使って自分の考えを記述することはできますか」という項目に対し、肯定的に答えた生徒も45%から70%に増加した。このことから、本研究での実践を通して、自分の考えを数学的な表現を用いて相手に伝えたり、記述したりすることを前向きに捉えるようになった生徒が多いことがわかる。

実践を進める過程で、自分の考えを話型に沿って整理するために、オクリンクプラスのカードへその都度カードに書き込むのに予定よりも多くの時間を要した。生徒がより素早く正確に自分の考えを整理し、円滑に考えを共有できるように、さらなる活用方法の研鑽を積んでいきたい。

今後も「なぜだろう・知りたい」という生徒の思いを大切に、日常のさまざまな場面において問題解決できたという達成感を味わうことができるような授業実践をしていきたい。

