

3	瀬戸	にじの丘中学校	のだ ひろと
			名前 野田 大翔

分科会番号	4	分科会名	数学教育（数学）
-------	---	------	----------

問いを追究し、深い学びに迫る生徒の育成 ～G Cを活用した授業デザイン～

1 主題設定の理由

社会構造や雇用環境が大きく変化し、予測困難な時代において、自らが主体的に社会の変化に向き合い、多様な人々と協働しながら問題を解決していくことが重要であるとされている。学校教育においては、中央教育審議会答申『令和の日本型学校教育』の構築を目指して～全ての子供たちの可能性を引き出す、個別最適な学びと協働的な学びの実現～より、主体的・対話的で深い学びを実現し、激しい変化の時代を生き抜く力を育むことが強く求められている。また、論点整理より、知識及び技能の系列として示されている「中核的な概念の深い理解」と、思考力・判断力・表現力等の系列として示されている「複雑な問題の解決」を実現する授業デザインが重要であると指摘されている。これらのことから、授業においては、複雑な問題の解決の場を設定し、これまでに獲得した知識を活用して解決することを通して、概念的な理解を促すことが重要であると考え。その際に、他者との対話を通して、協働的に問題を解決させることで、新たな視点に気付かせることができるようになり、深い学びに迫ることができるように考える。

中学校数学科教育においては、「中学校学習指導要領（平成 29 年告示）解説 数学編」に示されているように、数学的な活動を通して、事象を数学的に捉え、統合的・発展的に考えるとともに、筋道立てて考察し表現する資質・能力を育成することが重要視されている。図形領域においては、観察、操作、実験などを通して図形の性質を見だし、その根拠をもとに論理的に説明すること、定義や性質を体系化し、それらの関係を統合的・発展的に考察することが重要である。しかし、本学年の生徒は、教科書の問題の解決は進んでできるが、条件を変更して「新たな問い」を設定して解決しようとする姿があまり見られない。また、獲得した知識について概念的に理解することができず、これまでの知識との関連付けができていないために、新たな問題に出会った際に、どのように知識を使って問題を解決すればよいか困ってしまう姿が多く見られる。これらのことから、図形の学習において、動的幾何ソフト Geometric Constructor（以下、G Cとする）を活用して図形を動的に変容させながら「新たな問い」を設定して、他者との対話を通して協働的に解決させるとともに、解決方法に使われる数学的な知識の共通点や相違点に着目させて、これまでに獲得した知識と関連づけることを通して、概念的な理解を促していく。そうすることで、問いを追究し、深い学びに迫る生徒を育むことができるように考える。

2 実践の概要

（1）目指す生徒像

問いを追究することができる生徒

問いとは、教科書にある問題を解決した後に、その問題の条件を変更することを通して設定した問題のことであり、問いの追究とは、問いを協働的に解決することを通して、これまでの知識と関連付け、概念的に理解することとする。

(2) 育みたい資質・能力

- ・ 問いを発見する力
- ・ 獲得した知識を関連付ける力

(3) 資質・能力を育むための手立て

① 四つの場を設定する

一つの学習の過程において、「教科書の問題を解決する場」「問いを見つける場」「問いを解決する場」「振り返る場」を設定する。

「教科書の問題を解決する場」では、はじめに「これまでの学習で身につけたことで、使えるような数学の知識は何がありますか」と問いかけ、見通しをもたせてから、問題を解決させる。そうすることで、これまでに学習した知識・技能を想起しながら問題を解決することができるようになる。その後、グループでそれぞれの解決方法を確認させる。実際に使った数学の知識やそのよさを共有することで、新たな問題を解決する際にも関連付けられるようになる。と考える。

「問いを見つける場」では、GCを活用し、新たな問いを見いだす活動を行う。グループで1台タブレットを使い、新たな問題を発見させる。GCを活用して、図形を動かすことで、新たな問いを発見しやすくさせる。また、どのように条件を変更したか、教科書の問題との共通点や相違点は何かを捉えやすくさせる。

「問いを解決する場」では、「問いを見つける場」で設定した新たな問いの解決に向けて、「教科書の問題を解決する場」と同様の流れで活動を進める。教科書の問題を解決する場において利用した使えるような数学の知識を改めて確認し、整理しておくことで、条件が変わっても共通して使えることは何か、教科書の問題の証明とどの部分が変わりそうか想起させることができるようになり、概念的な理解を促すことができるようになる。と考える。

「振り返る場」では、これまでの場での学びを通して分かったことについて、文章で書かせる。その際に、数学の知識やそのよさについて書かせるだけでなく、これまでに獲得した知識を関連付けて書かせる。

② 獲得した知識を関連付けさせる

これまでに獲得した知識を関連付けさせるために、「教科書の問題を解決する場」と「問いを解決する場」の問題を解決させた後に、実際に使った数学の知識やそのよさを確認し、共通点や相違点を見つけさせることによって、獲得した知識の関連付けを行う。

(4) 資質・能力が育まれたかの評価

「振り返る場」における記述内容について評価指標を用いて評価し、前単元と本単元における全体の傾向の割合をもとに検証する。また、全体の傾向を捉える補助として、前単元までの評価において全体の傾向が顕著に表れている生徒を抽出生徒として設定し、その生徒の記述を見取っていく。

3 実践例：単元「図形の性質と証明の利用」（第2学年）

(1) 単元の構成

本単元「図形の性質と証明の利用」では、三角形や平行四辺形などの既習の図形の性質に着目し、それらを総合的に活用して図形の性質を論理的に証明したり、発展的な問題解決を行ったりする学習を行う。これにより、図形の性質についての理解を一層深め、統合的・発展的に考察する力を育むことができる単元である。

(2) 前単元での学級の様子及び抽出生徒

前単元である「三角形と四角形」に関する振り返りを記述させ、本研究で育みたい資質・能力である「問いを発見する力」や「獲得した知識を関連付ける力」が十分に発揮されていたかを評価指標をもとに判断した。

○「三角形と四角形」の評価指標と評価

評価指標
・ 問いを発見する力 図形の構成を視点に既習の図形をもとに条件を変えて新たな問いを見つけることができるか。 ・ 獲得した知識を関連付ける力 三角形や平行四辺形などの図形の性質についてまとめるとともに、その他の図形についても考え、共通点や相違点を関連付けてまとめることができているか。
振り返りの記述（抽出生徒）
『正方形は、長方形や平行四辺形が満たしている条件を、全て満たしている。条件を加えることで、他の図形の条件を満たすことができる。平行四辺形であることを証明するためには、平行四辺形になるための条件を使うことが大切であることがわかった。』

三角形と四角形に関する図形の証明やその活用に関する学習において、これらの資質・能力が育まれていた生徒は全体の2割に満たなかった。多くの生徒は、提示された図形に対して教科書通りの証明を完了することはできるものの、そこから「条件を変えたらどうなるか」といった新たな問いを発見したり、複数の解決方法や既習の図形の性質について、共通点や相違点を関連付けて考えたりすることはできなかった。

（３）本実践における抽出生徒を含めた学級全体の生徒に期待する姿

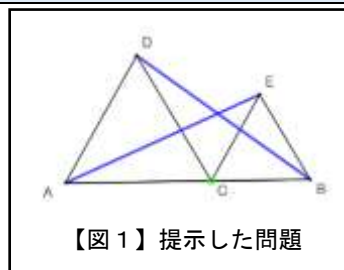
- ・ 「教科書の問題を解決する場」で獲得した知識を活用し、「問いを見つける場」において新たな問いを発見し、問題を解決する姿。
- ・ 「振り返る場」において、「教科書の問題を解決する場」「問いを見つける場」「問いを解決する場」を通して獲得した知識を関連付けて記述する姿。

（４）本実践における学級全体と抽出生徒の様子とその考察

① 四つの場の設定における授業の様子

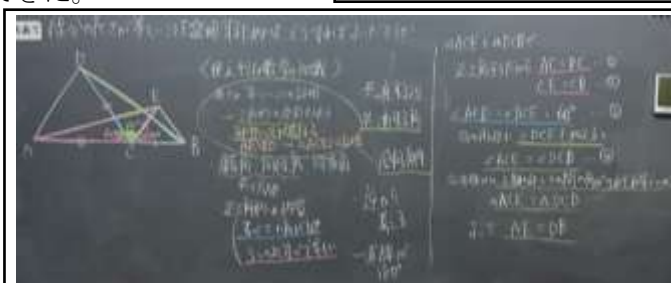
【第１時】線分AB上に点Cがある図形について、 $AE = DB$ であることを証明する

本時は、「教科書の問題を解決する場」である。導入では、プロジェクターにGCの画面【図１】を提示し、「いつでも $AE = DB$ かな？」という問いのもとで点Cを動かす活動を行った。生徒は図形を変化させながら「形や位置が変わっても、正三角形の辺の長さや角の大きさが等しい関係は常に成り立っている」という点に着目し、実験的な操作を通して証明の必要性を実感することができた。



【図１】提示した問題

「使えそうな数学の知識」を確認する場では、「同位角・錯角・対頂角」「三角形の合同条件（ $\triangle ACE$ と $\triangle DCB$ の合同、 AE と BD を含む三角形）」「内角の和」「正三角形の性質（いつでも角が 60° で等しい、辺がすべて等しい）」「共通な角」などの生徒から出た多様な数学的な知識を板書し



【図２】確認した解決方法

て整理した。その後、どの三角形の合同を示せばよいかについて見通しを立てさせ、問題を解決させた。その後、長さが等しいことを説明するために、三角形の合同の証明を利用したことを全体で確認した【図２】。最後に、既習の知識や性質をどのように関連付けて証明を完成させたかを振り返り、数学的な知識やそのよさを振り返り、次時への発展的な問題へとつなげた。

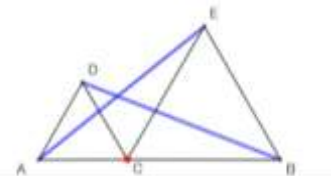
【第2時】問題の条件を変更して、新たな問いを発見する

本時は、「問いを見つける場」である。はじめに、前時の証明の記述を振り返り、「長さが等しいことの説明をするためには、図形の合同を証明すればよい（証明したい辺を含む）」「正三角形の辺や角が等しいことを根拠にする」「逆から考える」「共通する角と 60° を使って角の大きさが等しいことを説明する（推移律）」といった数学的な知識やそのよさを確認した。

その後、「条件を変更しても成り立つかな？」と問いかけ、GCを活用して点Cの位置を移動させ、新たな問いを見つけさせた

【図3】。生徒は、教科書の問題にあったように、点Cを直線AB上の左右に移動させても、 $AE = DB$ になっているのではないかと予想したり、直線ABから外れて上部の三角形が離れる図形にしたり、直線ABの下部の三角形が近づく図形にしたりしても、 $AE = DB$ になっているのではないかと予想したりする姿が見られた【図4】。その後、それぞれの問いについて、「同じ証明で解決する図形はどれですか。」と問いかけたところ、直線ABの上部に点Cがある場合、直線ABの下部に点Cがある場合といった仲間に分けることができた【図5】。

条件を変えても成り立つかな？



【図3】提示した問題



【図4】GCを活用する生徒



【図5】新たな問い

ここで、次時はそれぞれの問いについて本当に長さが等しくなるのか証明することを投げ掛けたところ、生徒からは「条件が変わったけど、前回の問題と同じような知識を使うことで解決できそう。」や「他のどの問題でも、同じような解き方でできるのではないか。」といった見通しを発言する生徒の姿が見られた。

【第3時】線分AB上に点Cがない図形について、 $AE = DB$ であることを証明する

本時は、「問いを解決する場」である。前時までに発見した新たな問いについて、GCを使って改めて確認をした。その後、グループでそれぞれの問いの解決に取り組んだ。生徒はこれまでの証明で用いた「正三角形の性質（すべての辺や角が等しい）」「三角形の合同条件」「2組の辺とその間の角の利用」「共通する角や等しい角をたす・ひく操作（推移律）」などの前時までに使った数学的な知識やそのよさを想起し、図形の向きや位置が変わっても同じ解決方法で証明をすることができた【図6】。

ページ数の関係で「点Cが直線ABの上部にある場合【図7】」の数学的な知識やよさを確認する場合のやりとりについて記載する。

T：見つけた数学の知識やそのよさは何ですか。

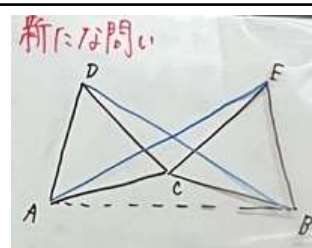
S：合同の証明を使えば、長さが等しいことを説明できる。

S：点Cの位置が変わっても使う図形の性質や証明の流れは同じ。

S：共通する角を使って、角の大きさが等しいことを説明できる。



【図6】問いを解決する生徒



【図7】解決場面の板書

このように、それぞれの新たな問いについて解決方法を発表させ、数学的な知識やそのよさについて確認をした。

【第4時】振り返り

本時は「振り返る場」である。はじめに、「線分の長さが等しいことを証明するためには、どうすればよいだろうか」と問いかけ、数学的な知識やそのよさの共通点や相違点について考えさせた。

生徒からは、「長さが等しいことを示すためには、その辺を含む合同な三角形を見つければよい」

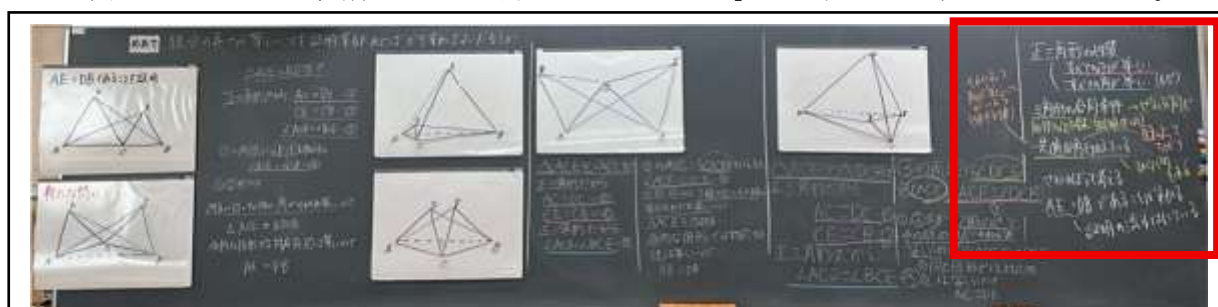
「正三角形（図形）の性質を利用すれば、辺の長さや角の大きさが等しいと言える」といった共通点や、「角の大きさが等しいことを説明するためには、共通する角をたすときもあれば、ひくときもある」といった相違点に気づく生徒の発言が見られた。

また、「新たな問いを発見することができたか」と問いかけたところ、G Cを使うことで「実際に点を動かすことができるようになり、様々な場合を調べることができた」「点Cの位置や形が変わるといった条件の変え方について知ることができた」発言があった。

これらを踏まえて、振り返りを書かせたところ、『点Cを動かすことによって図形の位置関係が変わっても、三角形の性質や合同条件など同じような数学の知識を使って証明することができる。間の角が等しいことを説明するために共通する角をたしたりひいたりしたけど、私が思うには2つの正三角形が隣りあわせならたして、被っていたらひくのではないかと思う。』『ほかにもいろんな形の図形を見て、自分の気になる図形をやってみて、同じ部分や違う部分をもっと見つけてみたい。』といった記述が多く見られた。

② 獲得した知識を関連付けさせることについて

これまでに獲得した知識を関連付けさせるために、第1時から第3時にかけて、点Cの位置が異なる様々な場合を扱った。どの図形においても「正三角形の性質（すべての辺や角が等しい）を使うこと」「三角形の合同条件を証明することで、等しい長さを説明することができること」「共通する角や等しい大きさの角をたしたり、ひいたりすることで、二つの角の大きさが等しいことを説明することができること（推移律）」といった共通点や相違点【図8】から数学的な知識やそのよさに気づくことができたと考える。このことから、生徒は「異なる問題であっても、既習の知識や解決方法を関連付けることで、論理的に説明することができる」ということを学ぶことができた。



【図8】数学的な知識やよさ（赤枠）を確認した板書

4 実践の考察

評価指標	
・ 問いを発見する力	図形の構成を視点に既習の図形をもとに条件を変えて新たな問いを見つけることができるか。
・ 獲得した知識を関連付ける力	三角形や平行四辺形などの図形の性質についてまとめるとともに、その他の図形についても考え、共通点や相違点を関連付けてまとめることができているか。

振り返りの記述（抽出生徒）

振り返り①
「線分の長さが等しいことを証明するためには、どうすればよいだろうか」

・合同証明でやるから、どのような性質が使えるかを考える。点Cを動かすことによって図形の位置関係が変わっても、三角形の性質や合同条件など同じような数学の知識を使って証明できる。

・合同証明の時に正三角形の間の共通の角(今回の場合は角DCE)を加えたり、除いたりするー私が思うには2つの正三角形が隣り合わせだったら、加えて、正三角形が被っていたら除くんじゃないかと思う。

合同証明をして、合同だということが分かったら、対応する辺は等しいから線分の長さが等しいと言えて、証明ができる。
また、等しい関係(これとこれは等しいからこれみたいなのやつ)の推移律を使って証明する事もすごく重要だと思った。

$\rightarrow \bigcirc = \triangle, \triangle = \square \rightarrow \bigcirc = \square$

こういう感じの

振り返り②
「GCを使うことで、どのような良さがあったか」

GCを使って点Cを動かすことで、図形の形が変わっても成り立つ関係と、たまたまそう見えているだけの関係を区別して考えることができました。実際に点Cを動かして、図形の形が変わってもAEとDBの長さが等しくなるという関係がいつも成り立っていることに気づきました。何度動かしても同じ結果になることから、これは偶然ではなく、図形の性質によるものだと考え、なぜいつでも成り立つのかを説明する必要があると感じました。その結果、正三角形の性質や三角形の合同に注目することで、線分の長さが等しいことを理由をもって証明できると分かり、合同な三角形を使って考えることの大切さを学びました。

問いを発見する力については、「問いを見つける場」において、GCを用いて点Cの位置を動かす活動を取り入れたことで、生徒は既習の図形だけでなく、点を動かすことで図形の変化する点や、変化しない点に気づき、新たな問いを発見することができた。生徒の姿からも「形や位置が変わっても成り立つか」「他にもパターンがあるのではないかと主体的に問いを発見する生徒が多く見られた。

獲得した知識を関連付ける力については、様々な場合を証明する過程において、グループ学習や全体での共有を通して「正三角形の定義・性質」「三角形の合同条件」「共通する角や等しい角をたしたりひいたりして書くが等しいことを説明する（推移律）」といった数学的な知識やそのよさに気づき、共通点や相違点を関連付ける生徒の姿が見られた。その結果、図形の向きや位置関係の相違点にとらわれず、問題を解決する生徒が多く見られた。

5 おわりに

本実践では、「四つの場の設定」を軸とした授業デザインとGCの活用を通して、生徒が問いを発見し、解決方法を関連付ける授業づくりを行った。

実践の結果、GCを活用した条件変更により、生徒は主体的に新たな問いを見出し、数学的な知識やそのよさに気づき、これらを関連付けて振り返る姿が見られた。今後は、個別の支援の充実や、日常生活や他の単元への活用を促すことができる振り返りの工夫や改善に努めていきたい。

【参考・引用文献】

- ・文部科学省 中学校学習指導要領（平成29年告示）解説 数学編
- ・中央教育審議会答申『「令和の日本型学校教育」の構築を目指して～全ての子供たちの可能性を引き出す、個別最適な学びと協働的な学びの実現～』
- ・文部科学省 初等中等教育における教育課程の基準等の在り方に関する論点整理